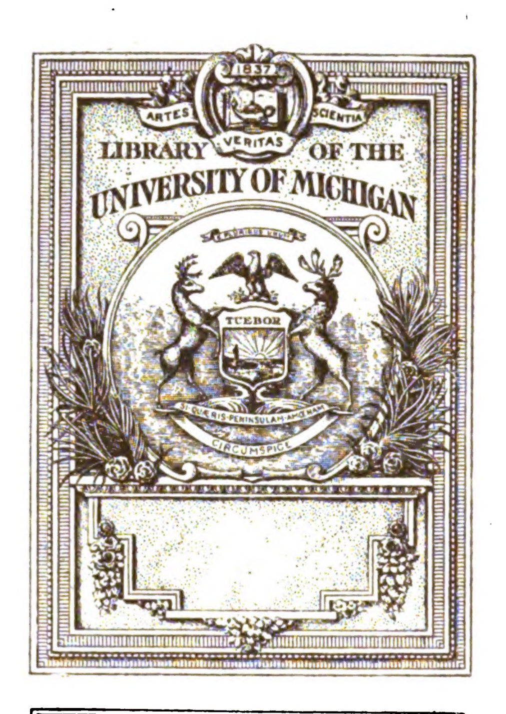



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUÆRIS PENINSULAM AMŒNAM
CIRCUMSPICE



CODEX LEIDENSIS

399,1.

EUCLIDIS ELEMENTA

EX INTERPRETATIONE AL-HADSCHDSCHADSCHII

CUM COMMENTARIIS AL-NARIZII.

ARABICE ET LATINE EDIDERUNT

NOTISQUE INSTRUXERUNT

R. O. BESTHORN ET J. L. HEIBERG.

PARTIS II FASCICULUS II



HAUNIAE MCMV.

IN LIBRARIA GYLDENDALIANA

G. B. N. F

TYPIS EXCUDERUNT NIELSEN ET LYDICHE.

(AXEL SIMMELKIÆR).

المقالة الثالثة مِن كتاب اوقليدس فى الاصول

بسم الله الرحمن الرحيم

قال اوقليدس الدوائر المتساوية هى التى اقطارها متساوية والخطوط التى تخرجُ مِن مراكزها الى الخطوط المحيطة بها متساوية قال ايرُن هذا القول مبيّن لانّه اذا كانت الاقطارُ متساويةً فانّ الخطوط الخارجة مِن المراكز الى المحيطات تكون متساويةً لانّ كل واحد مِن تلك الخطوط نصف القطر وظاهرٌ لنا انه اذا كانت الخطوط المستقيمة الخارجةُ من المراكز الى المحيطات متساوية فان الدوائر تكون متساويةً لان رسوم الدوائر انما يكون بالبعد الذى بين المراكز والمحيطات الذى هو نصفُ الاقطار ∴ قال اوقليدس الخط المستقيم المماسّ للدائرة هو الذى اذا لامس الدائرة واخرج فى الجهتين جميعا لم يقطع الدائرة والدوائر التى يُماسُّ بعضُها بعضًا هى التى اذا ماسّ بعضها بعضًا لم تتقاطع ∴ الخطوط المستقيمة المساوية البعد عن المركز هى التى الاعمدةُ الخارجة من المركز اليها متساوية واعظمُها بُعدًا عن المركز هو الذى العمودُ الخارج اليه اعظم ∴.([1]

Liber tertius Euclidis de elementis.

In nomine Dei misericordis miseratoris.

Euclides dixit: Aequales inter se circuli sunt, quorum diametri inter se aequales sunt, quorumque a centris lineae ad lineas eos comprehendentes ductae inter se sunt aequales.

Hero dixit: Hoc dictum manifestum est. Si enim diametri inter se aequales sunt, lineae a centris ad ambitus ductae inter se aequales erunt, quoniam unaquaeque earum linearum dimidia est diametri. Et hoc quoque nobis manifestum est, si lineae rectae a centris ad ambitus ductae inter se aequales sint, etiam circulos inter se aequales esse, quia circuli non describuntur nisi distantia inter centra et ambitus, quae est dimidia diametri.

Euclides dixit: Linea recta circulum contingens linea est, quae circulum tangens in utramque partem simul producta circulum non secat.

Circuli inter se contingentes circuli sunt, qui inter se tangentes inter se non secant.

Lineae rectae eodem spatio a centro distantes eae sunt, ad quas perpendiculares a centro ductae inter se aequales sunt. Maiore spatio a centro ea distat, ad quam perpendicularis ducta maior est.[1])

---

[1]) In margine est: هذه الخطوط يراد بها الاوتار لا غير His lineis nihil aliud ac chordas significat.

قال ايرُن ان الرياضى اراد ان يبيّن البعد الذى بين المراكز وبين الخطوط المستقيمة المساسة لذلك ذكر الاعمدة وذلك انه قد يُمكن ان يخرج مِن كل نقطة الى كل خط خطوطٌ كثيرة فامّا البعد الذى بين النقطة وبين الخط فهو العمود الخارج من تلك النقطة الى ذلك الخط ∴ قال اوقليدس وقطعة الدائرة هى الشكل الذى يحيط به خطٌّ مستقيم وقطعةُ قوسٍ من محيط الدائرة ∴ وزاوية القطعة هى التى اذا عُلم على قوس القطعة نقطة ما واُخرج منها الى نهايتى قاعدة القطعة خطان مستقيمان احاطا بها واذا كان الخطان المحيطان بالزاوية يحيطان بقوس فان تلك الدائرة [الزاوية .scr] تُسمّى المُركبةَ على تلك القوس ∴ 34 r. قطاعُ الدائرة هو الشكل الذى يحيط به الخطان المستقيمان المحيطان بالزاوية (1 والقوس التى الزاوية متركبة عليها(1 قال ايرُن يعنى بالقوس التى توتّر الزاوية وانواع القطاع اثنان فمنها ما يكون رُؤسها على المراكز ومنها ما يكون روسها على المحيطات فامّا التى رُؤسها [لا كاذ]ت على المراكز ولا على المحيطات فانها ليست بقطاع لكنها تُشابهُ القطاعَ قال اوقليدس قطع [الدو]ائر المتشابهة هى التى زوايا[ها] متساوية او التى تكون الزوايا التى تقع فيها متساوية ∴ قال [اي]رُن قد ينبغى ان نعلم انه اذا كانت قطع الدوائر متشابهةً فان الزوايا المرسومة فيها متساوية وع[ند ?] ذلك اذا كانت الزوايا التى تقع فى قطع الدوائر متساويةً فانّ تلك القطع متشابهة وانواع الاشكال هى هذه الدائرة وقطع الدائرة

[1]-[1]) Haec uerba in margine adiiciuntur.

Hero dixit: Geometra[1]) distantiam inter centra et lineas rectas contingentes demonstrare uult ideoque perpendiculares commemorauit, quia fieri potest, ut ab unoquoque puncto ad unamquamque lineam[2]) multae lineae ducantur, sed distantia inter punctum et lineam est perpendicularis a puncto ad lineam ducta.[3])

Euclides dixit: Segmentum circuli figura est, quam linea recta et pars arcus ex ambitu circuli comprehendunt.

Angulus segmenti dicitur, si a puncto aliquo in arcu segmenti sumpto ad duos terminos basis segmenti duae rectae eam comprehendentes ducuntur.

Si duae lineae angulum comprehendentes arcum comprehendunt, hic circulus [scr. angulus[4])] dicitur in eo constructus.

Sector circuli figura est, quae comprehenditur duabus lineis rectis angulum comprehendentibus et arcu, in quo angulus positus est.

Hero dixit: Significat arcum angulo oppositum.[5]) Sectorum autem duae species sunt, uel quorum uertices in centro, uel quorum uertices in ambitu sunt. Quorum autem uertices neque in centro neque in ambitu sunt, non sunt sectores, sed sectori modo similes.

Euclides dixit: Segmenta circulorum inter se similia sunt, quorum anguli inter se aequales sunt, uel in quae anguli aequales cadunt.

Hero dixit: Oportet nos scire, si segmenta circuli inter se similia sint, angulos in iis constructos inter se aequales esse. Et rursus, si anguli, qui in segmenta circuli cadunt, inter se aequales sunt, segmenta inter se similia erunt.

---

[1]) Gher. Crem. (p. 111): »Uoluit Euclides demonstrare«.

[2]) Gher. Crem. (p. 111—12): »ad unumquodque punctum«.

[3]) Apud Gher. Crem. (p. 112) Hero hanc rem uberius tractat.

[4]) Ut apud Gher. Crem.

[5]) Apud Gher. Crem. (p. 112) scholium Heronis cum uerbis Euclidis confunditur. Uerba, quae sunt: »Hero dixit«, ibi omissa sunt.

والـمُحدبة والـهلاليّة امّا الدائرة فهى الشكل الذى قد خصّناهُ فى الاشكال التى تحيط بها الخطوط المستقيمة وامّا قطعة الدائرة فهى الشكل الذى يحيط به خط مستقيم وقوس مِن محيط الدائرة واذا تقاطعَت دائرتان فان القطعة المشتركة لـهـمـا تسمّى المحدبة والقطعتان الباقيتان تُسـمّى كل واحدة منهما هلاليّة ∴ فتمّت الـمـصادرة

[1]اذا جاز خط مستقيم على دائرة يماسّها مِن خارجها ولا يقطع منها شياء فانّه يُقال له المماسّ للدائرة ∴ واذا كانت الدوائرُ تُماسّ بعضها بعضًا ولا تقطع واحدةٌ منها الاخرى فانه يُقال له المُتماسّة ∴ واذا كانت فى الدوائر خطوط فكانت الاعمدة التى تخرج اليها مِن المركز متساو[ية]ً فانّ ا[بعادَ الخطوط مِن المركز سوآء وابعدُها هو الذى عموده اطوَلُ ∴ والقطعة مِن الدائرة يحيط بها خط مستقيم يُقال لهُ الوتر وطائفة من الخط المحيط يُقال لها القوس وزاوية القِطعَة يحيط بها خط الوترِ وخط القوس ∴ واذا تُعلّمت نـقـطـة على خط القوس واُخرج منها خطان الى طرفى الوتر فصار الوتر قاعدةً لهما فانّ الزاوية التى على النقطة والخطان يُحيطان بها مُركّبةٌ على القوس والشكل الذى يُقال لهُ القطّاعُ هو الذى يحيط به خطان يخرجان مِن المركز الى الخط المحيط والقوس الذى بينهما والزاوية التى يحيط بها الخطان مُركّبة على مركز الدائرة وقطع الدوائر اذا كانت زاويتا كل قطعَة مساويتين لزاويتى القطعة الاُخرى فالقِطَعُ متساوية واذا كانت القِطَعُ متساوية فِانّ زاويتى كل قطعَةٍ مساويتان لزاويتى القطعَةِ الاخرى ∴ واذا كانت زوايا

Species*) figurarum sunt: circulus, segmenta circuli, conuexum, lunare.

Circulus est figura, quam iam inter figuras, quas lineae rectae comprehendunt, definiuimus.

Segmentum circuli figura est, quam linea recta et arcus ex ambitu circuli comprehendunt.

Si duo circuli inter se secant, segmentum iis commune conuexum dicitur, duo autem segmenta, quae relinquuntur, lunaria.

Finis postulatorum.

Si[1]) linea recta circulum tangit eum modo extrinsecus adtingens nullamque eius partem secans, contingens circuli uocatur.

Si circuli inter se tangentes non secant inter se, circuli inter se contingentes uocantur.

Si perpendiculares a centro ad lineas circuli ductae inter se aequales sunt, linearum a centro distantiae aequales erunt; et maior eius erit distantia, cuius perpendicularis longior est.

Segmentum circuli comprehendunt linea recta, quae chorda uocatur, et pars ambitus circuli, quae arcus uocatur. Angulus segmenti linea chordae et linea arcus comprehenditur.**)

Si punctum in linea arcus sumitur, et ab eo ad duos terminos chordae duae lineae ducuntur, chorda basis earum est, et angulus ad punctum positus duabus lineis comprehensus in arcu constructus est.

Figura, quae sector uocatur, duabus lineis a centro ad ambitum ductis comprehenditur et arcu inter eas posito, angulus autem eius est, quem duae illae lineae comprehendunt in centro circuli constructum.

Si in segmentis duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales sunt, segmenta inter se similia erunt. Sin autem

---

*) Hinc noua series definitionum incipit ab Arabe addita.

[1]) Uerba, quae sequuntur usque ad prop. I, eadem manu, sed rubro atramento scripta, postea, nisi fallor, inserta sunt.

**) Est Euclidis def. 7, supra omissa.

القطع متساويةً فالقِطَعُ متساويةٌ واذا كانت القطع متساوية فالزاويا متساوية ∴ ع

الشكل الاوّل مِن المقالة الثالثة

نُريد ان نبيّن كيف نجد مركز دائرةٍ مفروضةٍ فننزل انها دائرة اب ونُريد ان نبيّن كيف نجد مركزَها فنُخرج فيها وتر جد حيثُ شئنا مِن الدائرة ونقسمه بنصفين على نقطة ه كما بيّنا قسمة تلك ببرهان يب من ا ونقيم على نقطة ه عمودا ونخرجه فى كلتى الجهتين حتى ينتهى طرفاهُ الى محيط الدائرة كما بيّنا اخراجَهُ ببرهان يا من ا وليكن خط اب ثم نقسم خط اب بنصفين على نقطة ح واقول ان نقطة ح مركزُ الدائرة وانه لا يُمكن ان يكون غيرَها مركزًا فان امكن ان يكون غير نقطة ح[1] هى المركز فليكن مركزها نقطة ط[2] ونخرج خطوط طد طه طج فلانّ خط جه مثل خط هد فانا اذا اخذنا خط هط مشتركًا يكون خطا جه هط مثل خطى ده هط ولان نقطة ط رُسمت على انها مركز الدائرة يجبُ ان يكون خط طج مثل خط طد فببرهان ح مِن ا فإن زاوية جهط مساويةٌ لزاوية دهط واذا قام خط مستقيم على خط مستقيم فكانت الزاويتان اللتان عن جنبتيه متساويتين فانّ الخط القائم عمود عليه وكل واحدة مِن الزاويتين

34 u.

---

[1]) Uerba quae sunt ان يكون غير نقطة ح paene prorsus euanuerunt et in imo margine recentiore manu repetuntur.

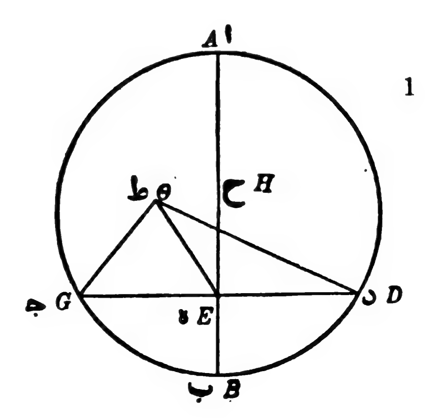
[2]) Uerba quae sunt نقطة ط in margine adiecta.

segmenta inter se similia sunt, duo anguli alterius duobus angulis alterius aequales erunt. Si rursus anguli in segmentis constructi inter se aequales sunt, segmenta inter se similia erunt, et si segmenta inter se similia sunt, anguli inter se aequales erunt.

Propositio I libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo centrum dati circuli inueniamus.

Supponimus circulum AB; demonstrare uolumus, quo modo centrum eius inueniamus. In circulo quamlibet chordam GD ducimus eamque ex I, 12 (scr. 10) in puncto E in duas partes aequales diuidimus. In puncto E perpendicularem erigimus ex I, 11 eamque ad utramque partem producimus, donec uterque eius terminus ad ambitum circuli perueniat, sitque linea AB. Deinde lineam AB in puncto H in duas partes aequales diuidimus. Dico, punctum H esse centrum circuli.



1

Neque enim fieri potest, ut aliud punctum centrum sit.

Si enim fieri potest, ut aliud punctum ac H centrum sit, centrum eius sit punctum Θ. Lineas ΘD, ΘE, ΘG ducimus. Quoniam linea GE lineae ED aequalis est, linea $E\Theta$ communi sumpta duae lineae GE, $E\Theta$ duabus lineis DE, $E\Theta$ aequales erunt. Puncto autem Θ ita sumpto, ut sit centrum circuli, fieri non potest, quin linea ΘG lineae ΘD aequalis sit; quare ex I, 8 angulus $GE\Theta$ angulo $DE\Theta$ aequalis erit, et linea recta super rectam erecta duo anguli ad utramque eius partem positi inter se aequales sunt; itaque erecta ad alteram perpendicularis erit, et uterque angulus rectus. Ergo angulus $GE\Theta$ rectus erit. Sed

قائمة فزاوية جهط اذًا قائمة لكن زاوية جهح قد تبيّن انّها هى القائمة [فزا]وية جهط الصغرى مثل زاوية جهح العظمى هذا خلف لا يُمكن فليست نقطة ط اذًا بمركزٍ للدائرة وكذلك سائر النقط التى تفرض فى الدائرة حيث فُرضت منها غير مُمكن ان تكون مركزًا للدائرة سوى نقطة ح معما قد تبيّن مِن وجودِنا لمركز الدائرة قد تبيّن ايضا ان كل وترين يقسم احدهما الاخر بنصفين وعلى زوايا قائمة فان عليه يكون مركزُ الدائرةِ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ تبيّن انه لا يكون وتران فى دائرةٍ يقطع احدهما الاخر بنصفين على زاوية قائمة الّا وهو يجوز على مركز الدائرة ∴([1]

الشكل الثانى مِن المقالة الثالثة

اذا فُرض على محيط دائرة نقطتان كيف ما وقعتا ووُصل بينهما بخط مستقيم فانّ الخط المستقيم الذى يصل بين النقطتين يقع داخل الدائرة مثاله انا نفرض على دائرة اب نقطتى جد ونُخرج خط جد مستقيما فاقول انه وقع داخل دائرة اب برهانه انه غير ممكن ان يقع خارجًا عن الدائرة فان امكن فليقع على مثال خط جهد ونطلب مركز الدائرة بحسب برهان الشكل الاول ([1] مِن هذه المقالة([1] وننزل انها نقطة ز ونصل بين نقطتى جز ونقطتى زد ونُخرج مِن نقطة ز الى محيط دائرة اب خطا مستقيما كيف ما وقع ونُنزل انه خط زب ونُنزل انّا قد انفذناهُ الى نقطة ه فان كان كما انزلنا ان خط جهد مستقيم فمن البيّن ان مثلث

[1-1]) Haec uerba atramento rubro scripta sunt.

iam demonstratum est, angulum *GEH* rectum esse; itaque minor angulus *GEΘ* maiori angulo *GEH* aequalis erit; quòd absurdum est neque fieri potest. Quare punctum *Θ* non est centrum circuli. Eadem ratione de omnibus punctis in circulo suppositis demonstratur, fieri non posse, ut centra circuli esse supponantur, praeter unum punctum *H*.

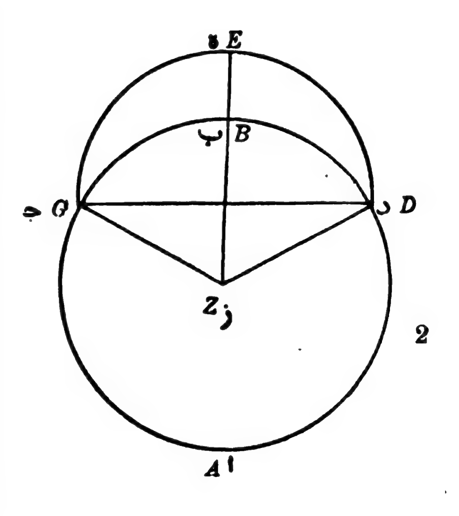
Hac nostra de centro circuli demonstratione simul demonstratum est, si chorda aliam in duas partes aequales et ad rectos angulos secet, in ea centrum circuli positum esse. Q. n. e. d.

Demonstratum est, fieri non posse, ut in circulo chorda chordam in duas partes aequales et ad rectos angulos secans per centrum circuli non transeat.

Propositio II libri tertii.

Si in ambitu circuli duo quaelibet puncta data erunt, quae linea recta coniunguntur, linea recta, quae duo illa puncta coniungit, intra circulum cadet.

Exemplificatio. In circulo *AB* duobus punctis *G*, *D* datis lineam *GD* rectam ducimus. Dico, eam intra circulum *AB* cadere.



Demonstratio. Fieri enim non potest, ut extra cadat. Si fieri potest, ita cadat, ut linea *GED*. Sumpto igitur ex prima propositione huius libri[1]) centro circuli supponimus esse punctum *Z*. Punctis *G*, *Z* et punctis *Z*, *D* coniunctis a puncto *Z* ad ambitum circuli *AB* lineam quamlibet rectam ducimus, quam lineam *ZB* esse supponimus, supponimusque, nos eam ad

[1]) Supra scriptum: ب — ا ɔ: II, 1!

جهدز متساوى الساقين لان ساق جز مساو لساق زد لانهما
خرجا مِن المركز الى المحيط فزاوية زجه مثل زاوية زده وبحسب يو
مِن ا فان زاوية زهج الخارجة مِن مثلث زده اعظم مِن زاوية زده
الداخلة فزاوية زهج اذًا اعظم مِن زاوية زجه لكن بحسب برهان
يط مِن ا يكون ضلع زج الموتّر للزاوية العظمى اعظم مِن ضلع
هز الموتّر للزاوية الصغرى لكن خط زج مساو لخط زب فخط زب اذًا
اعظم مِن خط زه الاصغر اعظم مِن الاعظم هذا خلف غير ممكن
وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث مِن المقالة الثالثة

اذا أُجيز على مركز دائرة خط مستقيم فقطع خطًا اخر مستقيما
ليس على المركز بنصفين فانه يقطعُه على زوايا قائمة وان قَطَعَهُ
على زوايا قائمة فانّه يقطعه بنصفين مثاله ان دائرة اب مركزُها
نقطة ز وقد أُجيزَ على ز خطُ اب وقد قطع خط جد على نقطة ه
فاقول ان كان تطعهُ بنصفين فانه يقطعُهُ على زوايا قائمة وإن
قطعَهُ على (على) زوايا قائمة فانّه يقطعه بنصفين برهانه انا نُنزل
اوّلا انّه تطعَهُ بنصفين على نقطة ه ونخرج [مِن ذ]قطة ز المركز خطى
زج زد فلان خط جه مثل خط هد وناخذ هز مشتركًا فان خطى
جه هز مثل خطى ده هز [فق]اعدة جز مثل قاعدة دز لانهما خرجا
مِن المركز الى المحيط فبحسب برهان ح مِن ا تصير زاوية جهز
[مسـ]ـاوية لزاوية دهز وبحسب مصادرة ا اذا قام خط مستقيم على
خط مستقيم فكانت الزاويتان الل[تان ع]ن جنبتى الخط القائم

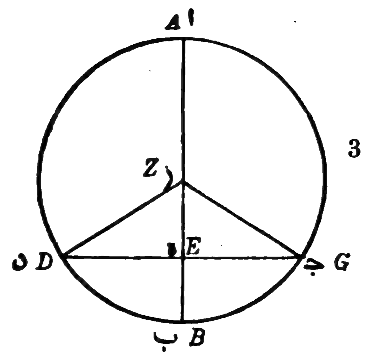
punctum E produxisse. Iam si linea GED, ut supposuimus, recta est, manifestum est, triangulum $GEDZ$ aequicrurium esse; nam crus GZ cruri ZD aequale, quoniam a centro ad ambitum ducta sunt. Ergo $\angle ZGE = ZDE$. Sed ex I, 16 angulus ZEG exterior trianguli ZDE maior est angulo ZDE interiore; itaque angulus ZEG maior erit angulo ZGE. Et ex I, 19 latus ZG sub majore angulo subtensum latere EZ sub minore angulo subtenso maius erit. Uerum linea ZG lineae ZB aequalis; ergo linea ZB maior erit linea ZE, minor maiore; quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

Propositio III libri tertii.

Si linea recta per centrum circuli ita ducitur, ut aliam lineam rectam non per centrum ductam in duas partes aequales secet, eam ad angulos rectos secat. Et si eam ad angulos rectos secat, eam in duas partes aequales secat.

Exemplificatio. Circuli AB centrum est Z, et per Z linea AB ducta lineam GD in puncto E secat. Dico, illam, si eam in duas partes aequales secet, ad angulos rectos eam secare, et, si eam ad angulos rectos secet, in duas partes aequales secare.

Demonstratio. Primum supponimus, illam eam in puncto E in duas partes aequales secare. A puncto Z, quod centrum est, duas lineas ZG, ZD ducimus. Quoniam $GE = ED$, et EZ communis est, duae lineae GE, EZ duabus lineis DE, EZ aequales erunt. Basis autem GZ basi DZ aequalis est, quoniam a centro ad ambitum ductae sunt; quare ex I, 8 angulus GEZ angulo DEZ aequalis est. Uerum si linea recta super lineam rectam ita erecta est, ut duo anguli ad utramque partem lineae erectae positi inter se aequales sint, ex postulato 1 (scr. definitione 10) uterque angulus rectus dicitur;



متساويتين فانّ كل واحدة مِن الزاويتين يُقال لها قائمةٌ فزاويتا جهز دهز كل واحد[ة من هم]ا قائمة فقد تبيّن ان خط اب لما قطع خط جد بنصفين قطعَهُ على زوايا قائمة ونُنزل ايضا ان خط اب قد قطع خط جد على نقطة ه على زوايا قائمة فاقول انه قد قطعَهُ بنصفين برهانه ان مثلث جزد متساوى الساقين ساق زد مثل ساق زج لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فبحسب برهان ه من ا فانّ زاوية زجد مساوية لزاوية زدج وقد كنّا بيّنا ان زاوية جهز القائمة مثل زاوية دهز فزاويتا زجه زهج مساويتان لزاويتى زده زهد فبحسب برهان لب من ا تبقى زاوية جزه مساوية لزاوية دزه فاذا اخذنا خط زه مشتركًا فانّه يكون ضلعا جز زه مساويين لضلعى دز زه وزاوية جزه قد تبيّن انّها مثل زاوية دزه فبحسب برهان د من ا تكون قاعدة جه مثل قاعدة ده فقد تبيّن ان خط اب قد قطع خط جد بنصفين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الرابع من المقالة الثالثة

اذا تقاطع خطان فى دائرة على غير المركز فانهما لا يتقاطعان على انصافِهما مثاله ان خطى جد هز قد تقاطعا فى دائرة اب على نقطة ح وليس واحدٌ منهما يجوزُ على المركز فاقُول انهما لم يتقاطعا على انصافهما وانه غير مُمكن ذلك فان امكن ان يجوز على غير المركز ويقطع احدُهما الاخر بنصفين فليتقاطعا على انصافهما ولنُنزل ان موضع التقاطع نقطة ح ونستخرج مركز دائرة اب كما بيّن ذلك ببرهان ا من ج وليكن نقطة ط ونصل بين نقطتى طح

itaque uterque angulus GEZ, DEZ rectus est. Ergo iam demonstratum est, lineam AB lineam GD in duas partes aequales secantem eam ad angulos rectos secare.

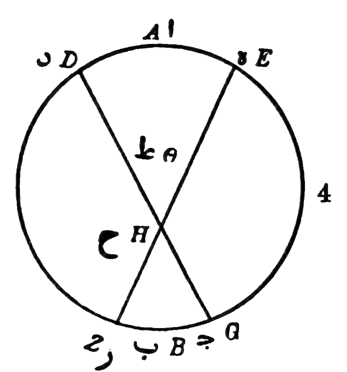
Rursus supponimus, lineam AB lineam GD in puncto E ad angulos rectos secare. Dico, eandem eam in duas partes aequales secare.

Demonstratio. Triangulus GZD aequicrurius est; crus enim ZD cruri ZG aequale, quoniam utrumque a centro ad ambitum ductum est; quare ex I, 5 $\angle ZGD = ZDG$. Iam autem demonstrauimus, angulum rectum GEZ angulo DEZ aequalem esse; itaque duo anguli ZGE, ZEG duobus angulis ZDE, ZED aequales sunt. Relinquitur igitur ex I, 32 $\angle GZE = DZE$. Et linea ZE communi sumpta duo latera GZ, ZE duobus lateribus DZ, ZE aequalia erunt. Iam autem demonstratum est, angulum GZE angulo DZE aequalem esse; itaque ex I, 4 basis GE basi DE aequalis erit. Ergo demonstratum est, lineam AB lineam GD in duas partes aequales secare. Q. n. e. d.

Propositio IV libri tertii.

Si in circulo duae lineae inter se secant non per centrum ductae, in duas partes aequales inter se non secant.

Exemplificatio. Duae lineae GD, EZ in puncto H in circulo AB inter se secant non per centrum ductae. Dico, eas in duas partes aequales inter se non secare, nec hoc fieri posse.



Nam si fieri posset, ut, etsi per centrum ductae non sint, altera alteram in duas partes aequales secent, secent inter se in duas partes aequales, et supponamus, locum, quo inter se secent, esse punctum H.

Centrum circuli ex III, 1 sumimus, quod sit punctum Θ, et inter duo puncta Θ, H lineam rectam ΘH

بخط مستقيم فمن اجل انه قد خرج مِن نقطة ط التى هى المركز
خط طح المستقيم وقسم خط جد بنصفين فبحسب برهان ج مِن
ج فان خط طح عمود على خط جد فزاوية دحط اذًا قائمةٌ وايضا
فان خط طح عمود على (مِن المركز الى) خط زه وقسمَهُ بنصفين
على نقطة ح فبحسب برهان ج مِن ج فان خط طح عمود على
خط هز فزاوية زحط اذن قائمة وقد تبيّن ان زاوية دحط ايضا
قائمة فزاوية زحط اذن مساوية لزاوية دحط العظمى مثل الصغرى
هذا خلف فقد تبيّن ان خطى جد هز لا يتقاطعان على انصافهما
على غير المركز فقد بقى ان يكون تقاطعهما على المركز لان
الخطوط الخارجة مِن المركز الى محيط الدائرة متساوية وذلك ما
اردنا ان نبيّن

35 u. الشكل الخامس مِن المقالة الثالثة

اذا تماسّت دائرتان فانّهما لا تكونان على مركز [واحد] مثاله
ان دائرتى اب اج قد تماسّتا على نقطة ا فاقول انهما لا تكونان على
مركز واحد ∴ برهانه اِن امكن ان تكونا على مركز واحد فلننزل انهما
على مركز د ونُخرج خط اد ونُخرج مِن نقطة د خطًا الى دائرة اب
كيف اتّفق وليكن خط دب فمن اجل انّ نقطة د مركز لدائرة اج
فمِن البيّن ان خط اد مساو لخط [د]ج وايضا فلان نقطة د مركز
لدائرة اب وقد خرج منها خطان الى المحيط وهما خطا اد [دب]
فخط اد اذن مساو لخط دج والمساوية لشىء واحد فهى متساوية
فخط دب اذن مساو لخط دج الاعظم مساو للاصغر هذا خلفٌ

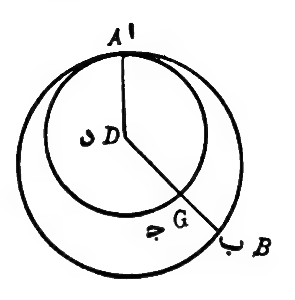
ducimus. Quoniam linea recta ΘH a puncto Θ, quod centrum est, ducta lineam GD in duas partes aequales secat, ex III, 3 linea ΘH ad lineam GD perpendicularis erit; itaque angulus $DH\Theta$ rectus erit. Rursus si linea ΘH ad lineam ZE ducta eam in duas partes aequales in puncto H secat, linea ΘH ex III, 3 ad lineam EZ perpendicularis erit; itaque angulus $ZH\Theta$ rectus erit. Sed iam demonstratum est, etiam angulum $DH\Theta$ rectum esse. Ergo angulus $ZH\Theta$ angulo $DH\Theta$ aequalis erit, maior minori; quod absurdum est. Demonstratum igitur est, duas lineas GD, EZ inter se in duas partes aequales non secare nisi in centro. Relinquitur igitur, locum, in quo se secent, in centro esse, quoniam (scr. et?) lineae a centro ad ambitum circuli ductae inter se aequales sunt. Q. n. e. d.

Propositio V libri tertii.

Duo circuli inter se contingentes idem centrum non habebunt.

E x e m p l i f i c a t i o. Duo circuli AB, AG in puncto A inter se contingunt. Dico, eos idem centrum non habere.

D e m o n s t r a t i o. Nam si fieri potest, ut idem habeant centrum, supponamus, eos centrum D habere. Lineam AD ducimus. Iam si linea DB a puncto D ad circulum AB utcumque ducitur, quoniam punctum D centrum est circuli AG, manifestum erit, lineam AD lineae DG aequalem esse.



Rursus quoniam punctum D centrum est circuli AB, et ab eo ad ambitum duae lineae AD, DB ductae sunt, linea AD lineae DG aequalis erit. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt. Ergo linea DB lineae DG aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

غير ممكن وذلك ما اردنا ان نبيّن قال ايرُن انما قدّمنا المُتماسّة على المتقاطِعَةِ لان المُماسّة قبل التقاطُع ∴

الشكل السادس مِن المقالة الثالثة

اذا تقاطعَت دائرتان فانّهما ليستا على مركز واحد مثاله ان دائرتى ازج ادج تقاطعتا على نقطتى اج فاقول ان دائرتى ازج ادج ليستا على مركز واحد برهانه انه ان امكن فليكُن مركزهما واحدا ونُنزل انه نقطة ه ونخرج مِن نقطة ه الى نقطة ا خط ها فمِن البيّن انه قد انتهى الى محيط الدائرتين جميعًا ونخرج خط هد الى محيط دائرة ادج كيف اتّفق اخراجُه فمِن اجل انّ نقطة ه مركز دائرة ازج يكون خط ها مساويا لخط هز وايضا فمِن اجل ان نقطة ه مركز لدائرة ادج يكون خط ها مساويا لخط هد وقد تبيّن ان خط ها مساو لخط هز والمساوية لشى واحد فهى متساوية خط هد اذن مساو لخط هز الاعظم مثل الاصغر هذا خلف غير مُمكن وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل السابع مِن المقالة الثالثة

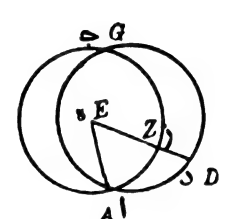
اذا فُرض على قطر دائرة علامة ما ليست بمركز الدائرة وأُخرج مِن تلك العلامة الى محيط الدائرة خطوط مستقيمة فان اعظم الخطوط الذى عليه مركز الدائرة واصغرها باقى القطر واما الخطوط الاخرى فما قَرُبَ منها مِن المركز كان اعظم ممّا بَعُدَ منها عنه وخطان فقط عن جنبتى القطر متساويان مثاله ان دائرة ابجد

Hero dixit: Contactum ante sectionem posuimus, quia contactus sectione prior est[1-*])

Propositio VI libri tertii.

Si duo circuli inter se secant, idem centrum non habebunt.

Exemplificatio. Duo circuli *AZG*, *ADG* inter se secant in duobus punctis *A*, *G*. Dico, duos circulos *AZG*, *ADG* idem centrum non habere.



Demonstratio. Si fieri potest, idem habeant centrum, quod punctum *E* esse supponimus. A puncto *E* ad punctum *A* linea *EA* ducta manifestum est, eam in ambitu utriusque circuli simul desinere. Iam si linea *ED* utcumque ad ambitum circuli *ADG* ducitur, quoniam punctum *E* centrum est circuli *AZG*, linea *EA* lineae *EZ* aequalis erit. Rursus quoniam punctum *E* centrum est circuli *ADG*, linea *EA* lineae *ED* aequalis erit. Demonstrauimus autem, lineam *EA* lineae *EZ* aequalem esse. Quae autem eidem aequalia sunt, inter se aequalia sunt. Ergo linea *ED* lineae *EZ* aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Q. n. e. d.

Propositio VII libri tertii.

Si in diametro circuli punctum aliquod datum est, quod centrum circuli non est, et ab hoc puncto ad ambitum circuli lineae rectae ductae sunt, maxima linea ea erit, in qua est centrum circuli, minima autem reliqua pars diametri; ceterarum autem quae centro propior est, maior est remotiore, et duae solae lineae ad utramque partem centri positae inter se aequales sunt.

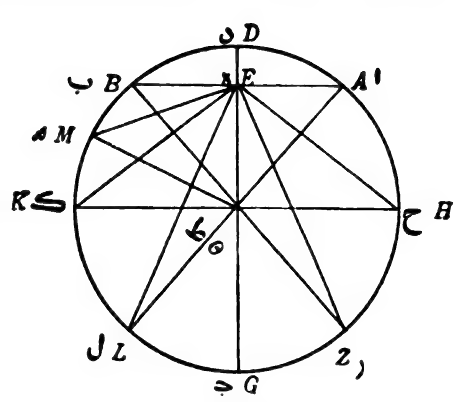
---

[1]) Hoc scholion Heronis in uersione Gherardi Cremonensis deest.

*) Apud Euclidem h. l. prop. VI ante hanc propositionem V collocatur; ordinem igitur propositionum inuertit ipse Hero.

قطرها جد ونفرض عليه نقطة لا تكون على المركز ولتكن نقطة ه
والمركز نقطة ط ونخرج من نقطة ه الى محيط الدائرة خطوطا كم
شئنا وكيف وقعت ولتكن خطوط ها هج هز فاقول ان اطول هذه
الخطوط كلها الخط الذى عليه المركز وهو خط هج واقصرها خط
هد والباقية فما قرب منها من نقطة ط فهو اعظم مما بعد عنها ∴
اقول ان خط هز اعظم من خط هح وخط هح اعظم من خط ها
برهانه انا نخرج من نقطة ط خطوط طز طح طا فمن اجل ان
نقطة ط مركز فان خط طز مساو لخط طح وناخذ خط هط مشتركا
لخطا هط طز مساويان لخطى هط طح وزاوية هطز اعظم من
زاوية هطح فبحسب برهان كد من ا فان خط هز اعظم من خط
هح لكن خط طز مساو لخط طج فخط هط مع خط طز مساو لخط
هج وخط هط مع خط طز اعظم من خط هز وذلك ببرهان ك من ا 36 r.
فخط هج اذن اعظم من خط هز وقد تبين ان خط هز اعظم من
خط هح وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبين ان خط هح اعظم
من خط ها وايضا فان خطى اه هط اعظم من خط اط لكن خط
اط مساو لخط دط فاذا خطا اه هط اعظم من خط دط فاذا اسقطنا
خط هط [الم]شترك بقى خط اه اعظم من خط هد فقد تبين ان اطول
هذه الخطوط كلها خط هج الذى على [عليه .scr] المركز [و]اصغرها
تمام القطر الذى هو خط هد والباقى فما قرب من المركز اعظم
مما بعد عنه اعنى [ان] قد تبين ان خط هز اعظم من خط هح
وخط هح اعظم من خط اه ∴ واقول انه يخرج من [نقطة] ه عن
جنبتى القطر الذى هو خط دج الى محيط الدائرة خطان متساويان

Exemplificatio. Circuli $ABGD$ diametrus est GD, in qua datum est punctum E, quod centrum non est; centrum autem sit Θ. A puncto E ad ambitum circuli lineas quotlibet et utcumque ducimus, quae sint lineae EA, EH, EZ. Dico, maximam harum omnium linearum esse lineam, in qua sit centrum, scilicet lineam EG, breuissimam uero lineam ED, ceterarum autem quae puncto Θ propior sit, remotiore maiorem. Dico, lineam EZ linea EH maiorem et lineam EH linea EA maiorem esse.



Demonstratio. A puncto Θ lineas ΘZ, ΘH, ΘA ducimus. Quoniam punctum Θ centrum est, erit $\Theta Z = \Theta H$. Linea igitur $E\Theta$ communi sumpta duae lineae $E\Theta$, ΘZ duabus lineis $E\Theta$, ΘH aequales erunt. Et angulus $E\Theta Z$ angulo $E\Theta H$ maior est; itaque ex I, 24 linea EZ linea EH maior erit. Iam uero $\Theta Z = \Theta G$; itaque linea $E\Theta$ cum linea ΘZ lineae EG aequalis est. Et linea $E\Theta$ cum linea ΘZ ex I, 20 linea EZ maior est; itaque linea EG maior est linea EZ. Iam autem demonstratum est, lineam EZ linea EH maiorem esse. Ex eadem demonstratione et eadem ratione demonstrabitur, lineam EH linea EA maiorem esse. Rursus duae lineae AE, $E\Theta$ linea $A\Theta$ maiores sunt. Sed $A\Theta = D\Theta$; itaque duae lineae AE, $E\Theta$ linea $D\Theta$ maiores erunt. Linea igitur $E\Theta$ communi subtracta relinquitur linea AE linea ED maior. Itaque iam demonstratum est, maximam harum linearum esse EG, in qua centrum est, breuissimam uero ED esse, quae diametrum complet, et ceterarum, quae centro propiores sunt, maiores iis, quae ab eo remotae sunt; nam demonstrauimus, lineam EZ linea EH et lineam EH linea AE maiorem esse.

Iam dico, a puncto E ad utramque partem diametri, scilicet

برهانه انا نُخرج مِن نقطة [ه الى] قوس دكج خطوطًا مستقيمة مساويةً لخطوط ها هح هز فنعمل على نقطة ط مِن خط طج زاويةً مثل زاوية اطه كما بيّنا عملَه ببرهان كج مِن ا ولتكن زاوية بطه ونعمل عليها ايضا زاويةً مثل زاوية حطه ونُنزل انها زاوية كطه وايضا زاوية مثل زاوية زطه ولتكن زاوية لطه ونُخرج خطوط هب هك هل فمِن اجل ان نقطة ط مركز الدائرة فان خطوطَ طا طك طل تكون متساويةً ولانّا عملنا زاوية بطه مساويةً اطه فانا اذا اخذنا خط طه مشتركًا يكون خطا هط طب مساويين لخطى اط طه وزاوية اطه مساوية لزاوية هطب فبحسب برهان د مِن ا يكون خط اه مساويًا لخط هب وتبيّن ايضا ان خط هك مساو لخط هح لانا عملنا زاوية هطك مساويةً لزاوية حطه فضلعا حط طه مساويان لضلعى كط طه وزاوية حطه مثل زاوية كطه فخط هح مساو لخط هك وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبيّن ان خط طز مساو لخط طل فقد تبيّن ان خطين([1] عن جنبتى القُطر متساويان وذلك ما اردنا ان نُبيّن فاقول انه غير ممكن ان نخرج مِن نقطة ه الى قوس دكج خطوط مساوية ها هح هز غير خطوط هب هك هل فان امكن فلنخرج مثل خط هم ونصل مط فخط طم مساو لخط طا لانهما اخرجا مِن المركز الى المحيط فناخذ خط هط مشتركا فخطا مط طه مساويان لخطى اط طه وقاعدة هم مساوية لقاعدة ها فبحسب برهان ح مِن ا تكون زاوية مطه مساوية لزاوية اطه لكنا عملنا زاوية بطه مساوية لزاوية اطه فزاوية مطه اذن مساوية لزاوية بطه العظمى مثل الصغرى هذا

---

[1]) Uerbum in cod. repetitum.

lineae DG, ad ambitum circuli duas lineas inter se aequales ductas esse.

Demonstratio. A puncto E ad arcum DKG lineas rectas lineis EA, EH, EZ aequales duximus et in puncto Θ lineae ΘG ex I, 23 construximus angulum $B\Theta E$ angulo $A\Theta E$ aequalem.*) Et in eodem puncto angulum angulo $H\Theta E$ aequalem construimus, quem supponimus esse angulum $K\Theta E$, et angulum angulo $Z\Theta E$ aequalem, qui sit angulus $L\Theta E$. Lineas EB, EK, EL ducimus. Quoniam punctum Θ centrum circuli est, lineae ΘA, [ΘB,] ΘK, ΘL inter se aequales erunt. Et quoniam angulum $B\Theta E$ [angulo] $A\Theta E$ aequalem construximus, linea ΘE communi sumpta duae lineae $E\Theta$, ΘB duabus lineis $A\Theta$, ΘE aequales erunt, et $\angle A\Theta E = E\Theta B$; quare ex I, 4 erit $AE = EB$. Iam demonstratum est, esse etiam lineam EK lineae EH aequalem. Quoniam enim angulum $E\Theta K$ angulo $H\Theta E$ aequalem construximus, duo latera $H\Theta$, ΘE duobus lateribus $K\Theta$, ΘE aequalia erunt, et $\angle H\Theta E = K\Theta E$; itaque $EH = EK$. Ex eadem demonstratione et eadem ratione demonstrabitur, lineam ΘZ lineae ΘL aequalem esse. Ergo iam demonstratum est, duas lineas ad utramque partem diametri inter se aequales esse. Q. n. e. d.

Dico, fieri non posse, ut a puncto E ad arcum DKG alias lineas lineis EA, EH, EZ aequales ducamus praeter lineas EB, EK, EL. Nam si fieri possit, lineam ducamus ut EM et $M\Theta$ coniungamus; itaque linea ΘM lineae ΘA aequalis erit, quoniam a centro ad ambitum ductae sunt. Linea $E\Theta$ communi sumpta duae lineae $M\Theta$, ΘE duabus lineis $A\Theta$, ΘE aequales erunt, et basis EM basi EA aequalis; itaque ex I, 8 erit $\angle M\Theta E = A\Theta E$. Sed angulum $B\Theta E$ angulo $A\Theta E$ aequalem construximus; itaque angulus $M\Theta E$ angulo $B\Theta E$ aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest.

Ex eadem demonstratione demonstratur, fieri non posse, ut [a puncto E] ad arcum GKD alias lineas praeter lineas EB, EK, EL lineis EA, EH, EZ aequales ducamus. Q. n. e. d.

*) Haec demonstrationis ratione non intellecta addidit Arabs.

خلف غير ممكن وبمثل هذا البرهان يتبيّن انه لا يمكن [ان
نخرج من نقطة ه] الى قوس جكد خطوط غير هب[1] هك هل يساوى
خطوط ها هح هز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال ايرن هذا الشكل
قد بيّن فيه الرياضى ان الخطوط القريبة من المركز اعظم من
البعيدة عنه بان صيّر الخطين فى جهة واحدة من المركز فان فُرض
لنا خطان من جنبتى المركز احدهما اقرب اليه من الآخر فانا
نبيّن ان اقربهما اليه اعظم من ابعدهما عنه بهذا العمل ∴

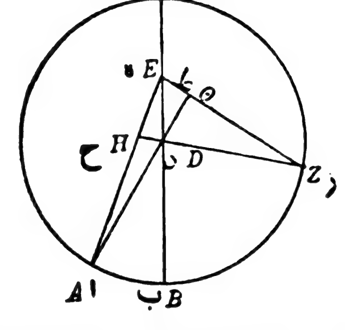
36 u. نفرض دائرة ابج وقطرها بج ومركزها د ونفرض على بج نقطة
ه ونُخرج منها الى المحيط ها هز ونجعل ها اقربَ الى المركز من هز
فاقول ان ها اعظم من هز برهانه انا نُخرج من د عمودى دح دط
وخطى دا دز فلان اه اقربُ الى المركز من زه فبحسب مصادرة هذه
المقالة يكون عمود[2] دط اعظم من عمود دح فمربع خط دط اعظم
من مربع خط دح فمن اجل انّ كل وا[حدة] من زاويتى دطه دحه
قائمة فببرهان مو من ا فانّ مربع دط مع مربع طه مساو لمربع ده
وكذلك مربع دح مع مربع حه مساو لمربع ده فمربع دط مع مربع
طه اذن مساو لمربع دح مع مربع حه ولكن مربع دط قد تبيّن انه
اعظم من مربع دح فيبقى اذن مربع هح اعظم من مربع هط فخط
هح اذن اعظم من خط هط ∴ وايضا فلان زاويتى احد زطد كل
واحدة منهما قائمة فببرهان مو من ا يكون مربع زط مع مربع طد
مساويًا لمربع دز ومربع اح مع مربع حد مساويا لمربع اد لكن خط

---

[1]) Uerba quae sunt غير هب falso repetita librarius ipse erasit.

[2]) Falso repetitum.

Hero dixit: In hac propositione geometra demonstrauit, lineas centro propiores maiores esse lineis ab eo remotioribus, eo modo, ut duas lineas ad alteram partem centri ductas fingat. Sin autem duae lineae nobis propositae sunt ad utramque partem centri ductae, ita ut altera ei propior sit, propiorem remotiore maiorem esse, hoc modo demonstrabimus.



Supponimus circulum ABG, cuius diametrus sit BG et centrum D, et dato in BG puncto E ad ambitum [lineas] EA et EZ ducimus; EA autem centro propiorem supponimus quam EZ. Dico, esse $EA > EZ$.

Demonstratio. Ab D duas perpendiculares DH, $D\Theta$ et duas lineas DA, DZ ducimus. Quoniam AE centro propior est quam ZE, ex praemissis huius libri*) perpendicularis $D\Theta$ perpendiculari DH maior erit, et quadratum lineae $D\Theta$ quadrato lineae DH maius erit. Et quoniam uterque angulus $D\Theta E$, DHE rectus est, ex I, 46 quadratum $D\Theta$ cum quadrato ΘE quadrato DE aequale erit, et eodem modo quadratum DH cum quadrato HE aequale erit quadrato DE; quare quadratum $D\Theta$ cum quadrato ΘE aequale erit quadrato DH cum quadrato HE. Sed iam demonstratum est, quadratum $D\Theta$ quadrato DH maius esse; relinquitur igitur quadratum EH quadrato $E\Theta$ maius. Itaque linea EH maior est linea $E\Theta$. Rursus quoniam uterque angulus AHD, $Z\Theta D$ rectus est, ex I, 46 quadratum $Z\Theta$ cum quadrato ΘD quadrato DZ aequale et quadratum AH cum quadrato HD quadrato AD aequale est. Uerum linea AD lineae DZ aequalis, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est; quadratum AH igitur cum quadrato HD aequale est quadrato $Z\Theta$ cum quadrato ΘD. Sed iam

*) Def. 5.

اد مساو لخط دز لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فمربع اح اذن مع مربع حد مساو لمربع زط مع مربع طد وقد تبيّن ان مربع دط اعظم مِن مربع دح فاذا اسقطناهما بقى مربع اح اعظم مِن مربع زط فخط اح اذًا اعظم مِن خط زط وقد بيّنا ان خط هح اعظم مِن خط هط فخط ها اذن اعظم مِن خط هز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وقال ايرن ايضا فان كان الخط الذى يخرج مِن علامة د عمودًا على خط هز لا يقع على خط هز لكن على الخط المُتّصل به على استقامةٍ كعمودِ دح فمِن اجل ان خط دز مساو لخط دا لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط ومربعى دط طا مساويان لمربع[1] اد ومربعى دح حز مساويان لمربع دز فان مربعى دح حز مساويان لمربعى دط طا لكن مربع دح[2] اعظم مِن مربع دط فاذا اسقطناهما بقى مربع اط اعظم مِن مربع حز فخط اط اذن اعظم مِن خط زح فاذا اسقطنا مِن خط حز خط حه وزدنا على خط اط خط طه فمن البيّن ان جميع خط ها اعظم مِن خط هز بكثير وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل الثامِن مِن المقالة الثالثة

اذا فرضت نقطة خارج دائرة واخرج منها الى الدائرة خطوط مستقيمة احدُها يجوز على المركز والاخرُ كيف ما وقعت مِن محيط الدائرة فانّ اعظمَها هو الذى يجوز على المركز واصغرُها الذى يصل

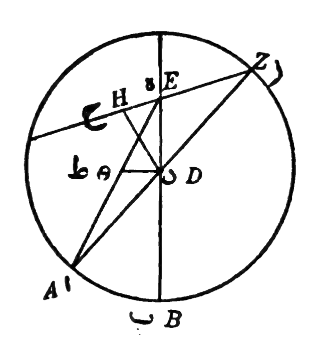
---

[1]) In textu: مربعى

[2]) In margine recte scriptum. In textu: حز sed erasum.

demonstratum est, quadratum $D\Theta$ quadrato DH maius esse. Quibus subtractis relinquitur quadratum AH quadrato $Z\Theta$ maius. Itaque linea AH maior linea $Z\Theta$. Iam autem demonstrauimus, lineam EH linea $E\Theta$ maiorem esse. Ergo linea EA maior est linea EZ. Q. n. e. d.

Rursus Hero dixit: Linea a puncto D perpendicularis ad lineam EZ ducta in lineam EZ ne cadat, sed in lineam, quae ab ea in directum protracta est, ut perpendicularis DH. Quoniam $DZ = DA$, quia utraque a centro ad ambitum ducta est, et duo quadrata $D\Theta$, ΘA quadrato AD, quadrata autem DH, HZ quadrato DZ aequalia sunt, duo quadrata DH, HZ duobus quadratis $D\Theta$, ΘA aequalia erunt. Sed quadratum DH quadrato $D\Theta$ maius est. Quibus subtractis relinquitur quadratum $A\Theta$ quadrato HZ maius. Itaque $A\Theta > ZH$. Ergo linea HE a linea HZ subtracta et linea ΘE ad lineam $A\Theta$ addita manifestum est, totam lineam EA linea EZ multo maiorem esse. Q. n. e. d.

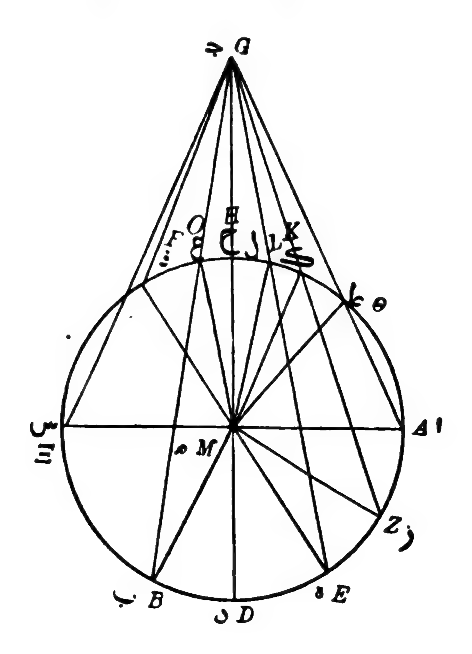


Propositio VIII libri tertii.

Si extra circulum punctum datum est, et ab hoc puncto ad circulum rectae lineae ducuntur, quarum una per centrum transit, ceterae autem utcumque in ambitum circuli cadunt, maxima earum est, quae per centrum ducta est, breuissima autem, quae punctum cum diametro coniungit, ceterarum autem linearum ex iis, quae circulum secant et ad concauam partem perueniunt, quae propior diametro circuli est, remotiore maior; ex iis autem, quae circulum non secant, sed ad conuexam partem perueniunt, quae propior diametro est, minor remotiore est; et duae lineae ad utramque partem diametri ad circulum a puncto illo ductae et earum, quae ad partem concauam, et earum, quae ad conuexam partem eius perueniunt, inter se aequales sunt.

بين النقطة وبين القطر وآما الخطوط الاخر فما كان منها يقطع الدائرةَ ويلقى اخمصَها فان ما قرب منها مِن قطر الدائرة فهو اعظم ممّا بعد عنها وما كان منها لا يقطع الدائرة ولكن يلقى حدبَتَها فان ما بعد عن القطر منها يكون اعظمَ مما قرُب منه وقد يخرُج مِن تلك النقطة عن جنبتى القطر الى الدائرة خطان مِن التى تلقى اخمصَها ومِن التى تلقى حدبتها متساويان مثاله انا نفرِض دائرة اب ونفرِض (مِن) نقطةِ ج خارجها ونخرج خطوط جد جه جز جا تقطع الدائرة وتلقى اخمَصَها الذى هو قوس 37 r. دا وخطوط جط جك جل تلقى حدبته التى هى قوس حل وخط جد يمرّ بنقطة م التى هى المركزُ فاقول انّ اعظمَها مِن التى تقطع الدائرة خط جد والباقية فما قرب مِن خط جد هو اعظم ممّا بَعُد عنه وما بعد عن خط جد [من] الخطوط التى تلقى حدبةَ الدائرة اعظمُ مما قَرُب منه واقصر الخطوط كلها خط جح وقد تخرج [من] ج عن جنبتى خط جد الذى هو القطر خطوط تقطع الدائرة وتلقى اخمصها يكون خطان منهم عن جنبتى القطر متساويين برهانه انا نخرج خطوط ما مز مه فخطوط ما مز مه مد متساوية لانها خرجت مِن المركز الى المحيط ومِن اجل انّ كل مثلثٍ فان كل ضلعين مِن اضلاعه اذا جُمعا [كانا] لخطٍ واحدٍ هو اعظمُ مِن الضلع الثالث فبحسب برهان ك مِن ا فان خط جم مع خط مه اعظم مِن خط جه لكن خط مد مساو لخط مه فخط جد اذًا اعظم مِن خط جه ولان ضلعى جم مه مِن مثلث جمه مساويان لضلعى جم مز مِن مثلث جمز وزاوية جمه بيّن انها اعظم مِن زاوية جمز

Exemplificatio. Extra circulum *AB* datum sumimus punctum *G*. Lineas *GD*, *GE*, *GZ*, *GA* ducimus ita, ut circulum secent et ad concauam partem eius, h. e. ad arcum *DA*, perueniant, lineas autem *GΘ*, *GK*, *GL* ita, ut ad conuexam partem, h. e. ad arcum *HL*, perueniant. Et linea *GD* per punctum *M*, quod centrum est, ducta sit. Dico, maximam earum, quae circulum secent, esse lineam *GD*, ceterarum autem, quae lineae *GD* propior sit, maiorem remotiore, linearum autem, quae ad conuexam partem circuli perueniant, quae a linea *GD* remotior sit, propiore maiorem, breuissimamque omnium harum linearum lineam *GH* esse, praeterea si a puncto *G* ad utramque partem lineae *GD*, quae diametrus est, ducantur lineae circulum secantes et ad concauam partem eius peruenientes, duas earum ad utramque partem diametri sitas inter se aequales esse.



Demonstratio. Si lineas *MA*, *MZ*, *ME* duxerimus, lineae *MA*, *MZ*, *ME*, *MD* inter se aequales erunt, quoniam a centro ad ambitum ductae sunt. Quoniam autem ex I, 20 in omnibus triangulis linea, quae duobus lateribus eius coniunctis efficitur, tertio latere maior est, erunt $GM + ME > GE$. Sed $MD = ME$; linea *GD* igitur linea *GE* maior erit. Et quoniam duo latera *GM*, *ME* trianguli *GME* duobus lateribus *GM*, *MZ* trianguli *GMZ* aequalia sunt, et angulus *GME* angulo *GMZ* maior, ex I, 24 basis *GE* basi *GZ* maior erit.

Eodem modo demonstrabimus, lineam *GZ* linea *GA* maiorem

فبحسب برهان كد مِن ا تكون قاعدة جه اعظم مِن قاعدة جز وكذلك يتبيّن ان خط جز اعظم مِن خط جا فقد تبيّن ان اعظم الخطوط جد وان جه الاقربَ الى جد اعظم من جز الابعد وان جز اعظم مِن جا فاقول ايضا ان خط جط الذى هو ابعد مِن خط جد اعظم مِن خط جك الاقرب وجك اعظم مِن جل واقصرُها كلها خطُّ جح برهانه انا نخرج خطوط مط مك مل فمن اجل ان كل مثلث فان ضلعين مِن اضلاعه بخطٍ واحدٍ اعظم مِن الضلع الثالث فان مل لج اعظم مِن مج لكن مل مثل مح فاذا اسقطناهما بقى لج اعظم مِن حج ومِن اجل ان مثلث مكج قد خرج مِن طرفى ضلع مِن اضلاعه وهو ضلع مج خطان فالتقى طرفاهما على نقطة ل داجل المثلث فان بحسب برهان كا مِن ا يكون خط مل مع خط لج اصغر مِن خط مك مع خط كج لكن خط مك مثل خط مل فاذا اسقطناهما بقى خط جك اعظم مِن خط جل وكذلك يتبيّن ان خط جط اعظم مِن خط جك فقد تبيّن ان اعظم هذه الخطوط جط واقصرها دح [جح .s] وان جط اعظم مِن جك وجك اعظم مِن جل وجل اعظم مِن جح واقول ايضا انه قد تخرج مِن نقطة ج خطوطٌ عن جنبتى خط جد تقطعُ الدائرة وتلقى اخمصَها كل خطين خطين نظيرين منها متساويان برهانه انا نعمل على نقطة م مِن خط جم زاويةً مثل زاوية جمه كما بيّن عملها ببرهان كج مِن ا ولتكن زاوية جمب فلان خط مب مساو لخط مه ونخرج خط جم مشتركا يكون خطا جم مب مساويين لخطى جم مه وزاوية جمب عُملت مساوية لزاوية جمه فبحسب برهان

esse. Itaque iam demonstratum est, lineam GD maximam harum linearum esse, et GE, quae lineae GD propior sit, remotiore GZ maiorem, et GZ [linea] GA maiorem esse.

Rursus dico, lineam $G\Theta$, quae a linea GD remotissima sit, linea GK propiore maiorem esse, et GK [linea] GL maiorem, et breuissimam omnium harum linearum esse lineam GH.

Demonstratio. Lineas $M\Theta$, MK, ML ducimus. Quoniam in quolibet triangulo duo latera eius coniuncta tertia linea maiora sunt, erunt $ML + LG > MG$. Sed $ML = MH$; his igitur duabus subtractis relinquitur $LG > HG$. Et quoniam in triangulo MKG a duobus terminis lateris eius MG duae lineae ita ductae sunt, ut termini earum in puncto L intra triangulum concurrant, ex I, 21 erunt $ML + LG < MK + KG$. Sed $MK = ML$; his igitur duabus subtractis relinquitur linea $GK > GL$.

Eodem modo demonstrabimus, lineam $G\Theta$ linea GK maiorem esse. Itaque iam demonstratum est, $G\Theta$ maximam, GH breuissimam esse harum linearum, et $G\Theta$ maiorem esse quam GK, GK quam GL, GL quam GH.

Rursus dico: Si a puncto G ad utramque partem lineae GD ducuntur lineae circulum secantes et ad concauam partem eius peruenientes, duae semper lineae eodem modo positae inter se aequales sunt.

Demonstratio. Ad punctum M lineae GM ex I, 23 angulum GMB angulo GME aequalem construimus. Iam quoniam linea MB lineae ME aequalis est et linea GM communis, duae lineae GM, MB duabus lineis GM, ME aequales erunt. Et angulus GMB angulo GME aequalis constructus est; ergo ex I, 4 basis GE basi GB aequalis erit.

Eodem modo, si duas alias lineas duximus, linea, quae lineam GB sequitur, lineae GZ aequalis erit, quarta uero lineae GA aequalis, siquidem in puncto M lineae GM duos angulos duobus angulis GMZ, GMA aequales construxerimus et deinde punctum G coniunxerimus cum termino in ambitu circuli posito lineae angulum constructum comprehendentis.

د مِن ا تكون قاعدة جه مساويةً لقاعدة جب وكذلك لو اردنا ان
نُخرج خطين اخرين يكون الذى يتلو خط جب مساويا لخط جز
والرابع مساويا لخط جا لعملنا على نقطة م مِن خط جم زاويتين
مثل زاويتى جمز جما ثُم نُصل بين نقطة ج وبين طرف الخط
الذى عُملت الزاوية عليه من محيط الدائرة فاقول انه غير ممكن 37 u.
ان يخرج مِن نقطة ج الى قوس دبح خط اخر مساو لخط جه غير
خط جب ولا خط اخر مساو للخطوط الأخر سِوَى الخطوط التى
خرجت فان امكن فليكن جس ونُخرج خط مس فمن اجل ان
خط مب مساو لخط مس لانهما خرجا مِن المركز فانا اذا اخذنا
خط جم مشتركا يكون خط جم مع خط جب مثل جم مع جس
وزاوية جمب اعظم من زاوية جمس فبحسب برهان كد مِن ا
يكون جب اعظم من جس وكنّا فرضناهما متساويين هذا خلف
فليس يمكن اذن ان يخرج مِن نقطة ج الى قوس دبح خط
مستقيم مساو لخط جب ولا لسائر الخطوط المساوية لخطوط جه جز
جا واقول ايضا وقد تخرج من نقطة ج خطوط عن جنبتى خط
جح تلقى حدبة الدائرة ويكون كل خطين خطين نظيرين عن
جنبتى خط دح متساويين برهانه انا نعمل على نقطة م من خط
جم زاويةً مثل زاوية جمل ولتكن زاوية جمع ونصِلُ جع فخط مع
مساو لخط مل لانهما خرجا من المركز وناخذ جم مشتركا فخطا
عم مج مثل خطى لم مج وزاوية عمج عملت مساويةً لزاوية لمج
فقاعدة جل مثل قاعدة جع وبمثل هذا العمل تخرج مِن نقطة ج
الى تقبيب سح خطوطا مساوية لخطوط جك جط واقول انه غير

Dico, fieri non posse, ut a puncto G ad arcum DBH alia linea ducatur lineae GE aequalis ac linea GB, et nullam aliam lineam ceteris lineis aequalem esse ac lineas ductas.

Si fieri potest, sit $G\Xi$. Lineam $M\Xi$ ducimus. Iam quoniam linea MB lineae $M\Xi$ aequalis est, quia utraque a centro ducta est, linea GM communi sumpta erunt $GM + GB = GM + G\Xi$. Et $\angle GMB > GM\Xi$; itaque ex I, 24 $GB > G\Xi$. Supposuimus autem, eas inter se aequales esse; quod absurdum est. Ergo fieri non potest, ut a puncto G ad arcum DBH recta linea lineae GB ceterisue lineis, quae lineis GE, GZ, GA aequales sunt, aequalis ducatur.

Rursus dico: A puncto G ad utramque partem lineae GH lineis ductis, quae ad conuexam partem circuli perueniunt, semper duae lineae aequaliter distantes ad utramque partem lineae DH inter se aequales sunt.

Demonstratio. Ad punctum M lineae GM angulum GMO angulo GML aequalem construimus et GO ducimus. Iam linea MO lineae ML aequalis est, quoniam utraque a centro ducta est. Linea igitur GM communi sumpta duae lineae OM, MG duabus lineis LM, MG aequales erunt. Et angulus OMG angulo LMG aequalis constructus est; itaque basis GL basi GO aequalis est.

Eodem modo a punc o G ad ambitum conuexum ΞH lineas lineis GK, $G\Theta$ aequales ducimus. Dico, fieri non posse, ut a puncto G ad ambitum conuexum ΞH alia linea lineae GO aequalis ducatur. Si enim fieri potest, linea GF ei aequalis sit. Duo puncta M, F coniungimus. Quoniam igitur in triangulo GMF a terminis lateris eius duae lineae GO, MO ductae sunt, quarum termini intra triangulum in puncto O concurrunt, ex I, 21 manifestum est, esse $GF + FM > GO + OM$. Sed $MF = MO$, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est. Quibus subtractis relinquitur $GF > GO$. Supposuimus autem, eas inter se aequales esse; quod absurdum est neque fieri potest. Ergo iam demonstratum est, fieri non posse, ut a puncto G ad ambitum

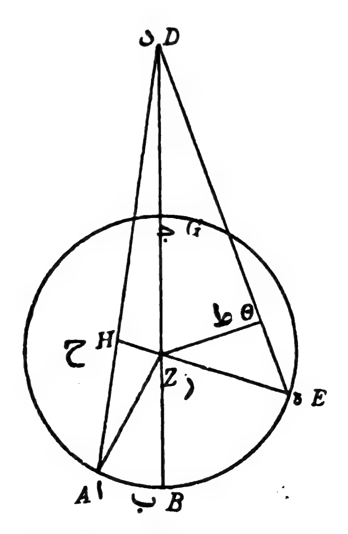
ممكن ان يخرج من نقطة ج الى تقبيب سح خط اخر مساو لخط
جع فان امكن فليكن مثل خط جف ونصل بين نقطتى مف فمن
اجل ان مثلث جمف قد خرج من طرفى ضلع من اضلاعه خطا
جع مع والتقى طرفاهما داخل المثلث على نقطة ع فمن البيّن
بحسب برهان كا من ا ان [خط] جف مع خط فم اعظم من خط
جع مع خط عم لكن خط مف مساو لخط مع لانهما خرجا من المركز
الى المحيط فاذا اسقطناهما بقى خط جف اعظم من خط جع وكنا
فرضناهما متساويين وهذا خلف غير مُمكن فقد تبيّن انه غير
ممكن ان يخرج من نقطة ج خط يلقى تقبيب حس مساو لخط جع
ولا لسائر الخطوط التى هى نظاير لخطوط جل جك دط (جط .s)
وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

قال ايرن من اجل ان الرياضى برهن على هذا الشكل بان
صيّر الخطوط فى الجهة الواحدة فينبغى ان نبرهن ببرهان اخر كما
فعلنا فى الشكل المتقدم فنقول انه اذا فُرض خطان مستقيمان
عن جنبتى القطر احدهما اقرب الى المركز والاخر ابعد عنه فان
اقربهما اليه يكون اعظم من ابعدهما مثال ذلك انا نفرض دائرة
ابج ونُخرج قطرها وهو خط بج على استقامة الى نقطة د ونخرج
من د الى دائرة ابج خطين اخرين مستقيمين عن جنبتى القطر
وهما خطا دا ده وخط دا اقربُ الى المركز من خط ده فاقول ان
خط اد اعظم من خط ده برهانه انّا نستخرج مركز الدائرة كما بيّنا
اخراجَهُ ببرهان ا من ا وليكن نقطة ز ونُخرج من نقطة ز الى خطى (38 r.)
اد ده عمودى زح زط كما تبيّن اخراجه ببرهان يب من ا فمن اجل

conuexum $H\Xi$ linea lineae GO ceterisue lineis, quae lineis GL, GK, $G\Theta$ aequales sunt, aequalis ducatur. Q. n. e. d.

Hero dixit: Quoniam geometra[1]) hanc propositionem eo modo demonstrauit, ut lineas ad unam partem positas sumeret, nobis alia demonstratione, sicut in propositione praecedenti, demonstranda est.

Dicimus, si duae lineae rectae ad utramque partem diametri datae sint, altera centro propior, altera ab eo remotior, propiorem remotiore maiorem esse.



Exemplificatio. Circulo ABG dato et diametro eius linea BG ad punctum D producta a puncto D ad circulum ABG duas alias lineas rectas ad utramque partem diametri positas, lineas DA, DE, ita ducimus, ut linea DA centro propior sit quam linea DE. Dico, lineam AD linea DE maiorem esse.

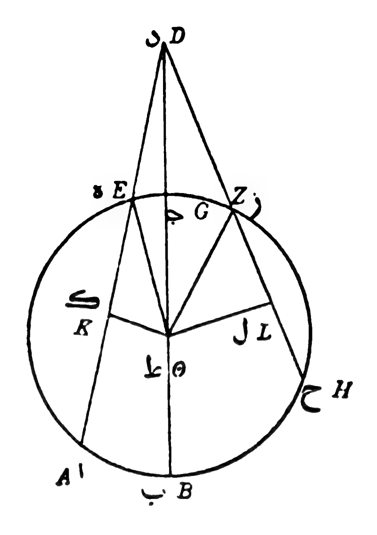
Demonstratio. Centrum circuli quaerimus, sicut in I, 1 quaerendum esse demonstrauimus, quod sit punctum Z, et a puncto Z ad duas lineas AD, DE ex I, 12 duas perpendiculares ZH, $Z\Theta$ ducimus. Quoniam igitur linea AD puncto Z propior est quam linea DE, perpendicularis ZH minor est perpendiculari $Z\Theta$. Rursus quoniam quadratum lineae DH cum quadrato lineae ZH ex I, 46 quadrato lineae DZ aequale est, et eodem modo quadratum lineae $D\Theta$ cum quadrato lineae ΘZ quadrato lineae DZ aequale, summa duorum quadratorum DH, HZ summae duorum quadratorum $D\Theta$, ΘZ aequalis est. Sed quadratum lineae HZ quadrato lineae ΘZ minus est; quibus

[1]) »Euclides« apud Gherardum Cremonensem (p. 116), qui a nostris non parum discrepat.

ان خط اد اقرب الى نقطة ز من خط ده فان عمود زح اصغرُ من (مجموع) عمود زط وايضا فمن اجل ان مربع خط دح مع مربع خط زح مساو لمربع خط دز وذلك بحسب برهان مو مِن ا وكذلك مربع خط دط مع مربع خط طز مساو لمربع خط دز فمجموع مربعى دح حز مس[او] لمجموع مربعى دط طز لكن مربع خط حز اصغر مِن مربع خط طز فاذا اسقطناهما بقى مربع خ[ط دح] اعظم مِن مربع خط دط فخط دح اعظم من خط دط وايضا فان خط از مثل خط زه [لانهم]ا خرجا من المركز الى المحيط لكن مجموع مربعى خطى زح اح مساو لمربع خط از ومجموع مربعى خطى زط طه مساو [لمربع] خط زه فمجموع مربعى خطى زط طه اذًا مساو لمجموع مربعى خطى زح حا لكن مربع خط زح اصغر من مربع خط زط فاذا اسقطناهما بقى مربع خط اح اعظم من مربع خط طه وكنا بيّنا ان خط دح اعظم ايضا من خط دط فخط دا اذًا اعظم من خط ده وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ ونبيّن ايضا انّ الخطوط التى تلقى تقبيب الدائرة ما كان منها اقرب الى الخط الذى بين العلامة وبين القطر يكون اصغر مِن ما كان منها ابعد عنه ونفعل ذلك ايضا فى خطين مستقيمين يكونان عن جنبتى الخط الذى بين العلامة والقطر فنُنزل ان الدائرة دائرة ابج وقطرُها خط بج ونُخرج خط بج على استقامة الى نقطة د ونُخرج مِن نقطة د الى تقبيب الدائرة خطى ده دز ونجعل خط ده اقربَ الى خط دج مِن خط دز فاقول ان خط ده اصغر مِن خط دز برهانه انا نُخرج خطى ده دز الى اخمص الدائرة فليُخرَجَا الى نقطتى اح ونطلب مركز

subtractis relinquitur quadratum lineae DH quadrato lineae $D\Theta$ maius. Itaque linea DH maior erit linea $D\Theta$. Rursus $AZ = ZE$, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ZH, AH quadrato lineae AZ aequalis est, summa autem duorum quadratorum duarum linearum $Z\Theta$, ΘE quadrato lineae ZE aequalis est; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum $Z\Theta$, ΘE summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HA aequalis est. Sed quadratum lineae ZH quadrato lineae $Z\Theta$ minus est; quibus subtractis relinquitur quadratum lineae AH quadrato lineae ΘE maius. Demonstrauimus autem, etiam lineam DH maiorem esse linea $D\Theta$. Ergo linea DA maior est linea DE. Q. n. e. d.

Demonstrabimus etiam, ex iis lineis, quae cum ambitu circuli conuexo concurrant, propiorem lineae inter punctum et diametrum ductae minorem esse remotiore, et hoc quoque in duabus lineis rectis facimus, quae ad utramque partem lineae inter punctum et diametrum ductae positae sunt.



Supponimus, circulum esse circulum ABG, cuius diametrus sit linea BG, et linea BG ad punctum D producta a puncto D ad ambitum conuexum circuli duas lineas DE, DZ ducimus, et lineam DE propiorem lineae DG quam lineam DZ supponimus. Dico, lineam DE linea DZ minorem esse.

D e m o n s t r a t i o. Duas lineas DE, DZ ad concauam partem circuli ducimus; ad duo puncta A, H ducantur. Centrum circuli quaerimus, quod sit punctum Θ, et a puncto Θ duabus perpendicularibus ΘK, ΘL ductis duo puncta Θ, E et duo puncta Θ, Z duabus lineis ΘE, ΘZ coniungimus.

الدائرة وهو نقطة ط ونخرج من نقطة ط عمودى طك طل ونصل بين نقطتى ط د ونقطتى ط ز بخطى ط د ط ز فمن اجل انّ زاوية د ه ط خارج مثلث ه ك ط وزاوية ه ك ط قائمة فان بحسب برهان يو من ا تكون زاوية د ه ط اعظم من زاوية ه ك ط فزاوية د ه ط اذن مُنفرجة وكذلك يتبيّن انّ زاوية د ز ط مُنفرجة فمثلثا د ه ط د ز ط منفرجا الزاوية وكل زاوية منفرجة فان مربع الضلع الذى يوتر الزاوية المنفرجة مساو لمجموع المربعين الكائنين من الضلعين المحيطين بالزاوية المنفرجة مع ضعف السطح الذى يحيط به احدُ الضلعين المحيطين بالزاوية المنفرجة الذى يقع على استقامة العمودِ والخط الذى بين العمودِ وطرفِ الزاوية المنفرجة وذلك بحسب برهان يب من ب فالمربعان الكائنان من ضلعى د ه ه ط مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا د ه ه ك مساو لمربع خط د ط وكذلك مجموع مربعى خطى د ز ز ط مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا د ز ز ل مساو لمربع خط د ط فمجموع مربعى خطى د ز ز ط مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا د ز ز ل مساو لمجموع مربعى خطى د ه ه ط مع ضعف السطح الذى يحيط به خطا د ه ه ك فمن اجل انّ ه ك مساو لخط ك ا وخط ز ل مساو لخط ل ح وذلك بحسب برهان ج من ج فانه بحسب برهان ا من ب يكون ضعف السطح الذى يحيط به خطا د ه ه ك مساويًا للسطح الذى يحيط به خطا د ه ه ا وكذلك ضعف السطح الذى يحيط به خطا د ز ز ل مساو للسطح الذى يحيط به خطا د ز ز ح فالسطح الذى يحيط به خطا ا ه ه د مع المربع الكائن من خط د ه مساو للسطح الذى يحيط به خطا ح ز ز د مع

Iam quoniam angulus $DE\Theta$ ad triangulum $EK\Theta$ extrinsecus positus est et angulus $EK\Theta$ rectus, ex I, 16 angulus $DE\Theta$ angulo $EK\Theta$ maior erit; quare angulus $DE\Theta$ obtusus erit. Eodem modo demonstrabimus, angulum $DZ\Theta$ obtusum esse. Itaque duo trianguli $DE\Theta$, $DZ\Theta$ obtusianguli sunt. In quouis autem angulo obtuso constat, quadratum lateris angulo obtuso oppositi aequale esse summae duorum quadratorum duorum laterum, quae angulum obtusum comprehendunt, cum duplo spatii, quod comprehenditur uno ex duobus lateribus, quae angulum obtusum comprehendunt, eo scilicet, in quod productum perpendicularis cadit, et linea inter perpendicularem et uerticem anguli obtusi posita, quod ex II, 12 adparet; itaque duo quadrata duorum laterum DE, $E\Theta$ cum duplo spatii duabus lineis DE, EK comprehensi quadrato lineae $D\Theta$ aequalia erunt. Eodem modo summa duorum quadratorum duarum linearum DZ, $Z\Theta$ cum duplo spatii duabus lineis DZ, ZL comprehensi quadrato lineae $D\Theta$ aequalis erit. Itaque summa duorum quadratorum duarum linearum DZ, $Z\Theta$ cum duplo spatii duabus lineis DZ, ZL comprehensi aequalis erit summae duorum quadratorum duarum linearum DE, $E\Theta$ cum duplo spatii duabus lineis DE, EK comprehensi. Quoniam autem ex III, 3 $EK = KA$ et $ZL = LH$, ex II, 1 duplum spatii duabus lineis DE, EK comprehensi aequale erit spatio, quod duabus lineis DE, EA comprehenditur. Eodem modo duplum spatii duabus lineis DZ, ZL comprehensi spatio duabus lineis DZ, ZH comprehensi aequale erit. Itaque spatium duabus lineis AE, ED comprehensum cum quadrato lineae DE spatio duabus lineis HZ, ZD comprehenso cum quadrato lineae DZ aequale erit. Sed ex II, 3 spatium, quod duae lineae AE, ED comprehendunt, cum quadrato lineae DE spatio, quod duae lineae AD, DE comprehendunt, aequale erit; et eodem modo spatium, quod duae lineae HZ, ZD comprehendunt, cum quadrato lineae DZ spatio duabus lineis HD, DZ comprehenso aequale erit; spatium igitur, quod duae lineae AD, DE comprehendunt, spatio, quod duae lineae HD, DZ comprehendunt, aequale erit. Iam autem

المربع الكائن مِن خط دز لكن بحسب برهان ج مِن ب فان السطح الذى يحيط به خطا اه هد مع المربع الكائن مِن خط ده مساو للسطح الذى يحيط به خطا اد ده وكذلك السطح الذى يحيط به خطا حز زد مع المربع الكائن من خط دز مساو للسطح 38 u. الذى يحيط به خطا حد دز فالسطح اذن الذى يحيط به خطا اد ده مساو للسطح الذى يحيط به خطا حد دز وقد بيّنا ان خط اد اعظم مِن خط حد لانه اقرب الى المركز فخط ده اذن اصغر مِن خط دز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل التاسع مِن المقالة الثالثة

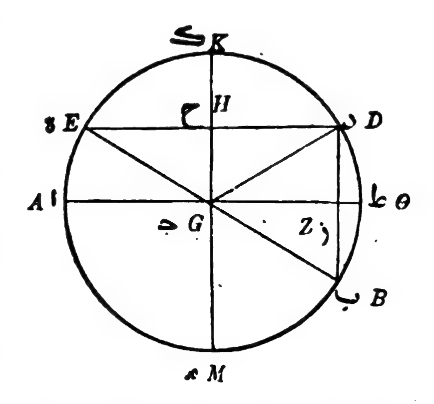
كل نقطة فى داخل دائرةٍ يخرج منها الى الخط المحيط بالدائرة اكثرُ مِن خطين وتكون كلّها متساويةً فان تلك النقطة مركزٌ لتلك الدائرة ∴ مثاله ان فى داخل دائرة اب نقطة ج وقد خرج منها الى الخط المحيط بالدائرة اكثر مِن خطين وهى كلها متساوية وهى خطوط جب جد جه فاقول ان [نقطة] ج مركز لدائرة اب برهانه انا نُخرج خطى بد ده ونقسم كل واحد منهما بنصفين على نقطتى زح ونخرج خطى جز جح ونُنفِذهما فى الجهتين جميعا الى محيط الدائرة وهما خطا اط كم فمن اجل ان خط بز فصلناه مساويا لخط زد فاذا اخذنا زج مشتركا فان خطى جز زب مساويان لخطى جز زد وقاعدة جب مساوية لقاعدة جد فانّ بحسب برهان ح مِن ا فانّ زاوية جزب مساوية لزاوية جزد وكل واحدة منهما اذا قائمة فبحسب ما تبيّن فى وجود مركز

demonstrauimus, lineam AD linea HD maiorem esse, quia centro propior est. Ergo linea DE linea DZ minor erit. Q. n. e. d.[1])

Propositio IX libri tertii.

Si a puncto intra circulum posito ad lineam circulum comprehendentem plures quam duae lineae omnes inter se aequales ducuntur, punctum illud circuli centrum est.

Exemplificatio. Intra circulum AB sit punctum G, a quo ad lineam circulum comprehendentem plures quam duae lineae omnes inter se aequales, scilicet lineae GB, GD, GE, ductae sint. Dico, punctum G centrum circuli AB esse.



Demonstratio. Duabus lineis BD, DE ductis utramque ad duo puncta Z, H in binas partes aequales diuidimus. Duas lineas GZ, GH ductas ad utramque partem ad ambitum circuli producimus, quae sint duae lineae $A\Theta$, KM. Quoniam

---

[1]) In margine est: قال الشيخ لان السطح الذى يحيط به خطا دا ده اذا قسم على ده خرج دا والسطح الذى يحيط به خطا دح دز اذا قسم على دز خرج دح ودا اعظم من دح والسطحان متساويان فيجب ان يكون المقسوم عليه الاول اصغر من المقسوم عليه الثانى ∴

Uir doctissimus dixit: Quoniam, si spatium duabus lineis DA, DE comprehensum per DE diuiditur, DA euadit, et, si spatium duabus lineis DH, DZ comprehensum per DZ diuiditur, DH euadit, et $DA > DH$, et duo spatia inter se aequalia sunt, necesse est, priorem diuisorem secundo minorem esse.

الدائرة انه متى قُسِم خط بد بنصفين واُخرج مثل خط اط عمودًا على خط بد[1] فانّ على خط اط يكون مركز الدائرة فمركز الدائرة اذًا على خط اط وبمثل هذا البرهان وهذا الاستشهاد يتبيّن ان مركز الدائرة على خط كم فمِن الظاهر انّ المركز على النقطة التى عليها تقاطع خطا اط كم فمركز الدائرة على نقطة ج فنقطة ج اذن مركز للدائرة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل العاشر مِن المقالة الثالثة

لا يُمكن ان تُقاطعَ دائرةٌ دائرةً اُخرى على اكثر مِن موضعين فان امكن فلتُقاطع دائرة اب دائرة جد على اكثر مِن علامتين وليكن على علامات ه ز ح ونخرج خطى هز زح ونقسم كل واحد منهما بنصفين على نقطتى ك ل ونجيز على نقطتى ك ل خطى اب جد يقطعان خطى هز زح على زوايا قائمة بحسب ما بيّن ببرهان يا مِن ا فمن اجل ان خط زح فى دائرتى اب جد وقد قُسم بنصفين على علامة ل واُخرج عليه خط[2] الب على زاوية قائمة فبحسب ما بيّنا فى[3] برهان ط مِن ج فانّ مركز دائرتى اب جد على خط اب ∴ وايضا فان خط هز وقع فى دائرتى اب جد وقد قُسم بنصفين على نقطة ك واخرج خط جكد على زوايا قائمة على خط هز فمركز دائرتى اب جد على خط جكد فمركز الدائرتين على خطى اب جد فهما إاذن على الفصل المشترك للخطين فهما

---

[1]) Sic in margine manu recentiore correctum; in textu بج

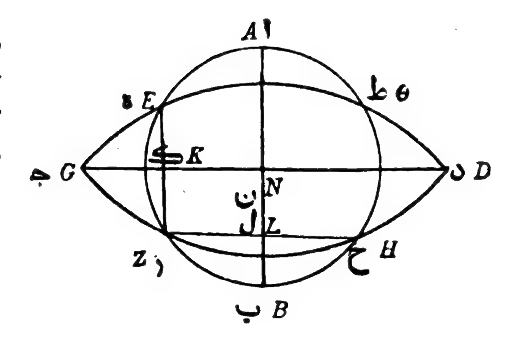
[2]) In textu: خطا [3]) In margine additum.

lineam BZ lineae ZD aequalem abscidimus, ZG communi sumpta duae lineae GZ, ZB duabus lineis GZ, ZD aequales erunt; et basis GB basi GD aequalis est; itaque ex I, 8 $\angle GZB = GZD$; quare uterque rectus est. Sed quoniam iam in centro inueniendo demonstratum est, si linea BD in duas partes aequales diuisa sit, et linea $A\Theta$ ad lineam BD perpendicularis ducta, centrum circuli in linea $A\Theta$ positum esse, centrum circuli in linea $A\Theta$ erit. Et eadem demonstratione et ratione demonstrabitur, centrum circuli in linea KM esse. Manifestum igitur est, centrum in eo puncto esse, in quo duae lineae $A\Theta$, KM inter se secent, ita ut centrum circuli in puncto G sit. Ergo punctum G centrum circuli est. Q. n. e. d.

Propositio X libri tertii.

Fieri non potest, ut circulus alium circulum pluribus locis secet quam duobus.

Nam, si fieri potest, circulus AB circulum GD in pluribus quam duobus punctis secet, scilicet in punctis E, Z, H. Duabus lineis EZ, ZH ductis utramque in punctis K, L in binas partes aequales diuidimus et per puncta K, L duas lineas ducimus AB, GD, quae duas lineas EZ, ZH ad rectos angulos secant. ex eo, quod in I, 11 demonstratum est.



Quoniam linea ZH in duobus circulis AB, GD posita ad punctum L in duas partes aequales secta est, et ad eam linea ALB ad angulos rectos ducta est, ex III, 9*) centrum duorum circulorum AB, GD in linea AB erit.

*) Citari debuit III, 1 coroll. p. 11.

6*

على نقطة ن فنقطة ن مركز لدائرتى اب جد وقد تبيّن ببرهان ه مِن ج ان كل دائرتين تتقاطعان فليس مراكزهما بواحدٍ فليس يمكن ان تُقاطع دائرةٌ دائرةً الا فى موضعين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

39 r. قال ايرُن نبيّن هذا بالشكل التاسع فنقول ان امكن ان تُقاطع دائرةٌ دائرةً على اكثر مِن علامتين فلتُقاطِع دائرة ابجد دائرة بجهز على اكثر مِن علامتين اعنى على علامات ب ج ه ز ونستخرج مركز دائرة ابجد كما بُيّن اخراجُه ببرهان ا مِن ج و[نفرضُه] على علامة ط ونخرج خطوطَ طب طج طه فمن اجل ان نقطة ط مركز ابجد فانّ خطوط ط[ب] طج طه تكون متساويةً ولان نقطة ط داخل دائرة بجهز وقد خرج منها الى محيطها[1] خطوطٌ متساوية اكثر [من] خطين فبحسب برهان ط مِن ج تكون نقطة ط مركزًا لِدائر بجهز وهى ايضا مركز لدائرة ابجد فدائرتان [ت]قاطعان مركزاهما نقطة واحدةٌ هذا خلف لانّا قد بيّنا ببرهان ه مِن ج ان هذا غير مُمكن وذلك ما ردنا ان نبيّن ∴

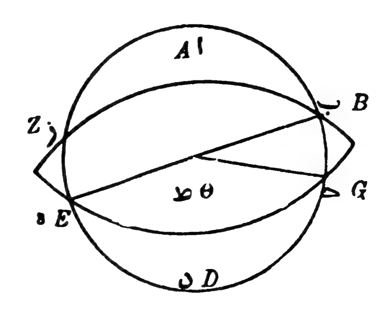
الشكل الحادى عشر مِن المقالة الثالثة

كل دائرتين تماسّان فالخط الذى يجوز على مركزيهما يقَعُ حيثُ تتماسّان مثاله ان دائرتى اب اج تتماسّان على نقطة ا و مركز دائرة اب نقطة ه ومركز دائرة اج نقطة ن فاقول ان الخط المستقيم الذى يجوز على نقطتى[2] هن يقع على نقطة ا لا يُمكن غيرهُ فان

[1]) In textu: المحيطها   [2]) In textu: نقطة

Rursus quoniam linea EZ in duobus circulis AB, GD est et ad punctum K in duas partes aequales diuisa est, et linea GKD ad rectos angulos ad lineam EZ ducta est, centrum duorum circulorum AB, GD in linea GKD erit. Itaque centrum duorum circulorum in duabus lineis AB, GD positum est; quare in communi duarum linearum sectione est, h. e. in puncto N. Itaque punctum N centrum est duorum circulorum AB, GD. Sed ex III, 5 iam demonstratum est, si duo circuli inter se secent, centra eorum idem punctum non esse. Ergo fieri non potest, ut circulus circulum secet nisi duobus locis. Q. n. e. d.

Hero dixit:*) Hanc propositionem ex propositione IX demonstrabimus. Dicimus igitur: Si fieri potest, ut circulus circulum in pluribus punctis secet quam duobus, circulus $ABGD$ circulum $BGEZ$ in pluribus quam duobus punctis secet, scilicet in punctis B, G, E, Z. Ex III, 1 centrum circuli $ABGD$ quaerimus, quod in puncto Θ sit, et lineas ΘB, ΘG, ΘE ducimus.



Quoniam punctum Θ centrum est [circuli] $ABGD$, lineae ΘB, ΘG, ΘE inter se aequales erunt. Et quoniam punctum Θ intra circulum $BGEZ$ cadit, et ab eo ad ambitum eius plures quam duae lineae inter se aequales ductae sunt, ex III, 9 punctum Θ centrum circuli $BGEZ$ est. Idem autem circuli $ABGD$ centrum est. Itaque centra duorum circulorum inter se secantium idem punctum est. Quod absurdum est, quoniam iam in III, 5 demonstrauimus, hoc fieri non posse. Q. n. e. d.

Propositio XI libri tertii.

Si duo circuli inter se contingunt, linea, quae per centra eorum transit, in contactum eorum cadit.

*) Est demonstratio altera apud Euclidem I p. 330.

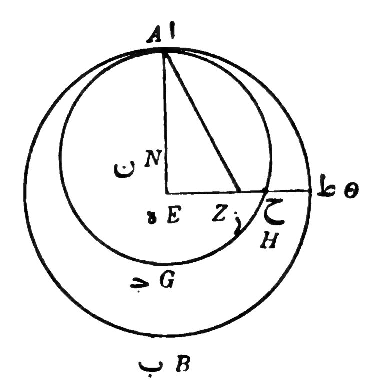
امكن ان يجوز على مركزيهما ويقع على غير نقطة التماسّ فليقع لخط هزحط ونخرج خطى اه از فبحسب برهان ک مِن ا يكون ضلعا از زه مجموعين اعظم مِن ضلع اه لكن خط از مساو لخط زح لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط ونجعل خط هز مشتركًا فخط هح اذن اعظم مِن خط ها وخط ها مثل خط هط لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فخط هح اذن اعظم مِن خط هط الاصغر اعظم مِن الاعظم هذا محال فقد ظهر ان الخط الذى يجوز على نقطتى هن ليس يقع على مَوضع اخر غير نقطة ا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

قال ايرُن اِنّ الرياضى فرَضَ فى هذا الشكل الدائرتين متماسّتين مِن داخل فنبيّن نحن ذلك وان كانت المُماسّة من خارج فلنفرض دائرتى اب جد تتماسّان على نقطة ج وليكن مركزُ دائرة اب نقطة ن ومَركز دائرة جد نقطة ه فاقول ان الخط المستقيم الذى يجوز على نقطتى هن يمرّ بنقطة ج برهانه انه لا يُمكِن غيرُهُ فان امكن فليكن الخط الذى يمرّ بنقطتى هن لا يجوز على نقطة ج ولكن ليمرّ بموضع اخر لخط زطكح ونُخرج خطى جز جح فيحدث مثلث جزح فبحسب برهان ک مِن ا يكون ضلعا زج جح مجموعين اعظم مِن ضلع زح لكن خط جح مساو لخط حک وخط زط مساو لخط زج فمجموع خطى زج جح مساو لمجوع خطى حک زط فاذن مجموع خطى حک زط اعظم مِن خط زح الاصغر اعظم مِن الاعظم هذا محال فالخط المستقيم اذن الذى[1] يجوز على نقطتى هن اللتين

---

1) In codice repetitum.

Exemplificatio. Duo circuli *AB*, *AG* in puncto *A* inter se contingunt, et centrum circuli *AB* punctum *E* est, circuli uero *AG* punctum *N*. Dico, lineam rectam, quae per duo puncta *E*, *N* transeat, in punctum *A* cadere. Neque enim aliter fieri potest.*) Sed si fieri potest, ut per centra horum duorum transeat et in aliud



punctum ac punctum contactus cadat, cadat ut linea *EZHΘ*. Duabus lineis *AE*, *AZ* ductis ex I, 20 duo latera *AZ*, *ZE* coniuncta latere *AE* maiora erunt. Sed linea *AZ* lineae *ZH* aequalis est, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est.**) Itaque linea *EZ* communi sumpta linea *EH* maior erit linea *EA*. Et $EA = E\Theta$, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est; itaque linea *EH* maior erit linea *EΘ*, minor maior maiore. Quod absurdum est. Ergo manifestum est, lineam per duo puncta *E*, *N* transeuntem in alium locum non cadere ac punctum *A*. Q. n. e. d.

Hero dixit.***) In hac propositione geometra supposuit duos circulos intra se contingentes. Nos hoc demonstrabimus, etiam ubi extrinsecus inter se contingunt.

Duos circulos *AB*, *GD* supponamus, qui inter se in puncto *G* contingant. Sitque centrum circuli *AB* punctum *N*, circuli uero *GD* punctum *E*. Dico, lineam rectam per duo puncta *E*, *N* transeuntem per punctum *G* transire.

Demonstratio. Neque enim aliter fieri potest. Sed si fieri potest, linea, quae per duo puncta *E*, *N* transit, ne transeat per punctum *G*, sed per alium locum transeat, ut fiat linea

---

*) Interpres male accepit Graecum μὴ γάρ (sc. ἔστω).

**) Itaque *Z* centrum circuli sumitur, non *N*, qua littera addita omnia confudit Arabs. Similiter egit in propositione ab Herone infra addita, sed cum minore damno demonstrationis.

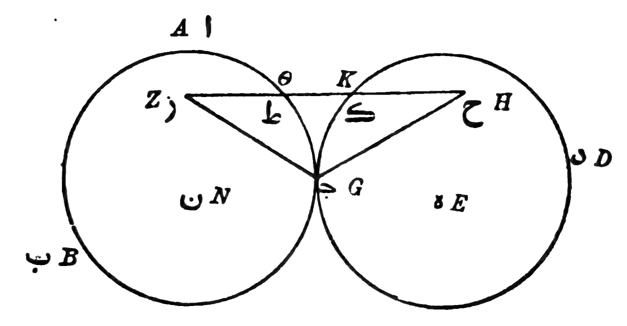
***) Ergo Hero apud Euclidem III, 12 non habuit.

هما المركزان ليس يُمكِن ان يجوز على موضع مِن المواضِع الّا على نقطة جـ الموضع الذى عليه تماسّ الدائرتان و ذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثانى عشر مِن المقالة الثالثة

لا تماسّ دائرةٌ دائرةً أُخرى على اكثر مِن علامةٍ واحدةٍ مِن داخل كانت المماسّة او مِن خارج فان امكن ان تتماسّ دائرتان على اكثر مِن علامة واحدة فلتتماسّ امّا من داخل فدائرتا اب جد على نقطتى جـ د وامّا مِن خارج فدائرتا اب طح على نقطتى ا ب فلنُبرهن على اللتين قد تماسّتا مِن داخل فننزل ان مركز دائرة اب نقطة ه ومركز دائرة جد نقطة ز فالخط الذى يجوز على نقطتى هز بحسب ما قد تبيّن ببرهان يا مِن جـ يقع حيث تتماسّ الدائرتان فلتكن كخط جهزد فمِن اجل ان نقطة ه مركز لدائرة [اب] وقد خرج منها الى المحيط خطا هج هد فهما متساويان فخط هج اذن اعظم مِن زد فخط جز اذن اعظم مِن زد بكثير وايضا فانا فرضنا نقطة ز مركزًا لِدائرة جد فخط زج[1] مساو [لخط] زد فخط زج الاعظم اذن مساو لخط زد الاصغر هذا خلف غير ممكن فليس يمكن ان تماسّ دائرةٌ دائرة الا على نقطة واحدة وهذا اذا كانت المماسّة مِن داخل ونُبيّن ايضا انه ولا اذا كانت المماسّةُ مِن خارج يمكن ان تتماسّا الا على نقطة واحدة برهانه انه ان امكن ان تماسّ دائرة اب دائرة حط على اكثر مِن نقطة فلتتماسّا على نقطتى ا ب 39 u.

[1]) In margine clarius scriptum.



$Z\Theta KH$. Duas lineas GZ, GH ducimus, ita ut fiat triangulus GZH. Itaque ex I, 20 duo latera ZG, GH coniuncta latere ZH maiora erunt. Sed $GH = HK$ et $Z\Theta = ZG$; itaque summa duarum linearum ZG, GH summae duarum linearum HK, $Z\Theta$ aequalis erit. Quare summa duarum linearum HK, $Z\Theta$ linea ZH maior erit, minor maior maiore. Quod absurdum est. Ergo fieri non potest, ut linea recta per duo puncta E, N, quae centra sunt, transiens per alium locum transeat ac per punctum G, quod punctum locus est, ubi duo circuli inter se contingunt. Q. n. e. d.

Propositio XII libri tertii.

Circulus alium circulum non contingit in pluribus punctis quam in uno, siue intra siue extrinsecus contingit.

Nam si fieri potest, ut duo circuli in pluribus quam uno puncto inter se contingant, contingant uel intra, ita ut duo circuli AB, GD in duobus punctis G, D inter se contingant, uel extrinsecus, ita ut duo circuli AB, ΘH in duobus punctis A, B se contingant.

Prius de iis, qui intra se contingunt, demonstremus.

Supponimus, centrum circuli AB esse punctum E, centrum autem circuli GD punctum Z. Ex III, 11 linea, quae per duo puncta E, Z transit, in contactum duorum circulorum cadit; sit igitur ut linea $GEZD$.

Sed quoniam punctum E centrum est circuli AB, duae lineae EG, ED ab eo ad ambitum ductae inter se aequales erunt. Itaque linea EG maior erit [linea] ZD; quare linea

فمِن اجل انّ على محيط دائرة اب نقطتى اب فمِن الظاهر بحسب برهان ب مِن ج ان الخط المستقيم الذى يصل بين نقطتى ا ب يقَعُ داخل دائرة اب فليقع كخط اب ومِن اجل انّ على محيط دائرة حط نقطتى ا ب فبحسب برهان ب مِن ج فانّ الخط المستقيم الذى يصل بينهما يقع داخل دائرة حط وقد وقع خارجًا منها هذا خلف غير ممكن فليس تتماسّ دائرتان مِن خارج الا على نقطة [وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

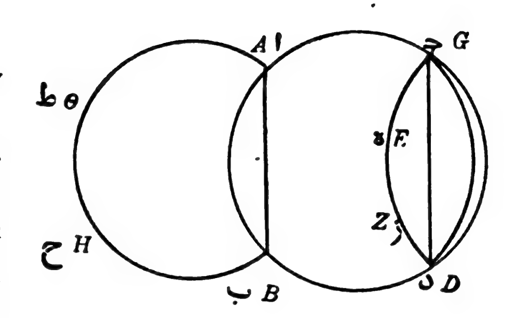
قال ايرُن نُقدِّم مقدّمة يُحتاج اليها فى الشكل الثانى عشر خطٌّ مستقيمٌ لا يقطع مُحيط دائرةٍ على اكثر من علامتين فاِن امكن فليقطع خط اج المستقيم دائرة داج على اكثر مِن علامتين اعنى على علامات ا ب ج ونستخرج مركز الدائرة كما بيّن[1] استخراجه ببرهان ا من ج وليكن نقطة ه ونصل خطوط ها هب هج فمِن اجل ان خط ابج خطٌّ واحدٌ مستقيمٌ وزاوية هبا خارج مثلث هبج فان بحسب برهان يو مِن ا تكون زاوية[2] هبا اعظم مِن زاوية هجب لكن زاوية هبا مساوية لزاوية هاب وذلك بيّنٌ بحسب برهان ه مِن ا فزاوية هاب اذن اعظم مِن زاوية هجب لان ضلع هج مساو لضلع ها فانّه بحسب [برهان] ه مِن ا تكون زاوية هاب مساوية لزاوية هجب وقد كانت اعظمَ منها هذا خلف غير مُمكِن فاذن خطٌّ مستقيمٌ لا يقطعُ محيط دائرة على اكثر مِن علامتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ فان قال قائلٌ ان مركز الدائرة يمكن ان يكون على

---

1) ذلك erasum.

2) Pro uerbo كل eraso in margine est زاوية

GZ multo maior est [linea] ZD.



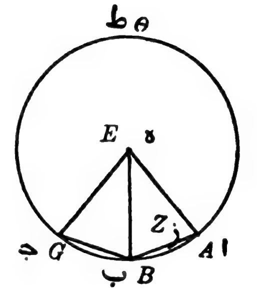
Rursus punctum Z centrum circuli GD supponimus. Linea ZG igitur lineae ZD aequalis est, ita ut maior linea ZG lineae ZD minori aequalis fiat. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo fieri non potest, ut circulus circulum nisi in uno puncto contingat.

Ita igitur res se habet, ubi intra se contingunt. Iam uero demonstrabimus, etiam si extrinsecus contingant, fieri non posse, ut inter se contingant nisi in uno puncto.

Demonstratio. Nam si fieri potest, ut circulus AB circulum $H\Theta$ in pluribus punctis contingat, in duobus punctis A, B inter se contingant. Iam quoniam in ambitu circuli AB duo puncta A, B sunt, ex III, 2 manifestum est, lineam rectam duo puncta A, B coniungentem intra circulum AB cadere. Cadat igitur ut linea AB. Et quoniam duo puncta A, B in ambitu circuli $H\Theta$ sunt, ex III, 2 linea recta ea coniungens intra circulum $H\Theta$ cadit. At extrinsecus cadit. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo duo circuli extrinsecus inter se non contingunt nisi in [uno] puncto. Q. n. e. d.

Hero dixit. Propositionem praeuiam praemittimus, qua in propositione XII opus est.

Linea recta ambitum circuli in pluribus punctis quam duobus non secat. Nam si fieri potest, linea recta AG circulum DAG in pluribus punctis quam duobus secet, uelut in punctis A, B, G. Centrum circuli ex III, 1 sumimus, sitque punctum E. Lineas EA, EB, EG ducimus. Quoniam linea ABG una linea recta est, et angulus EBA extra



خط اب فعند ذلك نقول انّه ان امكن فليكن على علامة ز فمن اجل انّ علامة ز مركز دائرة ابجد فانّ خط از مساو لخط زب وايضا فانّ خط زا مساو لخط زبج فخط زبج اذن مساو لخط زب فاذن خط جبز الاعظم مساو لخط زب الاصغر وذلك غير ممكن فاذن خط مستقيم لا يقطع محيط دائرة على اكثر مِن علامتين وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

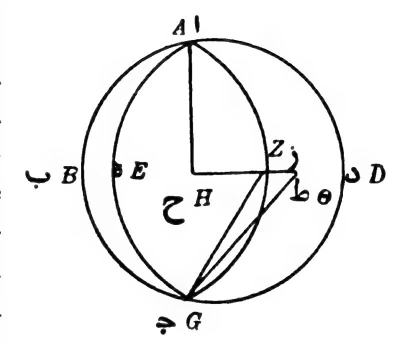
40 r. قال ايرُن ايضا فى الشكل الثانى عشر ان امكن ان تتماسّ دائرتان على اكثر مِن علامةٍ واحدةٍ فلتتماسّ دائرتا ابجد([1] اهجز مِن داخل على اكثرَ مِن علامةٍ اعنى على علامتى ا ج ولنستخرج مركز دايرة([1] اهجز كما بيّن اخراجُه ببرهان ا مِن ج وليكن نقطة ح ومركز دائرة ابجد ونُنزل انه خارج دائرة اهجز على علامة ط فنقول انّ المركز لا يقع خارجًا فان امكن فانا نصل بين نقطتى حط اللتين هما المركزان بخط حط فمن البيّن بحسب برهان يا مِن ج انّ خط حط اذا اخرج فى جهتيه جميعًا فانه يجوز على مواضع المماسّة فهو اذن يجوز على نقطتى ا ج فلنخرجه فيصير اذن وضعُ هذا الخط كوضع خط احزطج فخط احزطج يقطع دائرة اهجز على اكثر من علامتين وقد بيّنا ان ذلك غير مُمكن فليس يقع [مرا]كز دائرة ابجد خارج دائرة اهجز وبمثل هذا نبيّن انه لا يقع على قوس ازج فان [امكن] فليكن مثل نقطة ز فخط احزج خطٌ واحدٌ مستقيمٌ يقطع محيط دائرة اهجز على اكثر مِن علامتين اعنى على علامات ا ز ج وذلك غير ممكن فغير

[1-1]) Haec uerba in margine addita sunt.

triangulum EBG positus est, ex I, 16 angulus EBA maior est angulo EGB. Sed ex I, 5 erit $\angle EBA = EAB$; quare $\angle EAB > EGB$. Quoniam autem $EG = EA$, ex I, 5 erit $\angle EAB = EGB$. At maior erat. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo linea recta ambitum circuli in pluribus punctis quam duobus non secat. Q. n. e. d.

Si quis dixerit: Fieri potest, ut centrum circuli in linea AB sit, concedamus, id fieri posse, sitque in puncto Z. Iam quoniam punctum Z centrum est circuli $ABGD$, erit $AZ = ZB$, et rursus $ZA = ZBG$. Quare linea ZBG lineae ZB aequalis erit, linea GBZ maior lineae ZB minori aequalis. Quod fieri non potest. Ergo linea recta ambitum circuli in pluribus punctis quam duobus non secat. Q. n. e. d.

Rursus Hero dixit ad propositionem XII. Si fieri potest, ut duo circuli in pluribus punctis quam in uno inter se contingant, duo circuli $ABGD$, $AEGZ$ intra contingant inter se in pluribus punctis quam in uno, uelut in duobus punctis A, G. Ex III, 1 centrum circuli $AEGZ$ sumimus, quod sit punctum H, et centrum circuli $ABGD$, quod extra circulum $AEGZ$ in puncto Θ positum supponimus. Dicimus, centrum extrinsecus non cadere. Nam si fieri potest, duo puncta H, Θ, quae duo centra sunt, linea $H\Theta$ coniungimus. Ex III, 11 igitur manifestum est, lineam $H\Theta$ in utramque partem simul productam per punctum contactus transire; quare per duo puncta A, G transibit. Itaque eam ita ducamus, ut positio eius lineae eadem fiat ac positio lineae $AHZ\Theta G$. Linea igitur $AHZ\Theta G$ circulum $AEGZ$ in pluribus punctis quam duobus secat. Quod fieri non posse, iam demonstrauimus. Itaque centrum circuli $ABGD$ extra circulum $AEGZ$ non cadit. Eodem modo demonstrabimus, id in arcum AZG non cadere. Nam



ممكن اذن ان يقع مركزُ دائرة ابجد على محيط دائرة اهزج وقد كنّا بيّنا انه لا يقع ايضا خارجها فاذن يقع داخلها كما قال الرياضيُ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثالث عشر مِن المقالة الثالثة

الخطوط المتساوية فى دائرة فان بُعدَها مِن المركز متساو والخطوط التى بُعدُها مِن المركز متساو هى متساوية مثاله انه وقع فى دائرة اب خطا جد هز وهما متساويان فاقول ان بُعدَهما مِن المركز متساو برهانه انا نستخرج مركز الدائرة كما بيّن اخراجه ببرهان ا مِن ج وليكن نقطة ح ونخرج خطوط حج حد حه حز ونخرج مِن نقطة ح الى خطى جد هز عمودى حط حك كما بيّن اخراجُهما ببرهان يب مِن ا فمِن اجل انه وقع فى دائرة اب خطا جد هز وقد خرج مِن المركز اليهما عمودا حط حك فبيّنٌ ببرهان ج مِن ج انّهما يقطعان خطى جد هز بنصفين فخط طج مثل خط طد وهك مثل كز فمِن اجل ان ضلع حج مثل ضلع حه وضلع دج مثل ضلع زه وقاعدة حد مساوية لقاعدة حز فانه بحسب برهان ح مِن ا تكون زاوية دجح مساوية لزاوية زهح ومِن اجل انّ خط جد مثل خط هز فانّ ايضا فهما متساوية فخط جط اذن مساو لخط هك وحج مثل حه وقد تبيّن ان زاوية طجح مساوية لزاوية حهك فبحسب برهان د مِن ا تكون قاعدة حط مساوية لقاعدة[1] حك

---

[1]) In codice: مساوية لزاوية لقاعدة

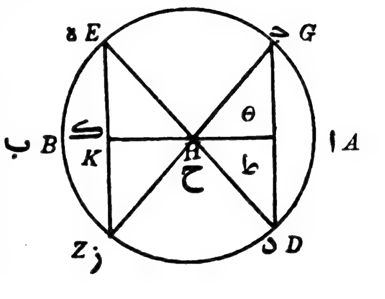
si fieri potest, ut punctum Z cadat. Itaque una linea recta $AHZG$ ambitum circuli $AEGZ$ in pluribus punctis quam duobus secat, scilicet in punctis A, Z, G. Quod fieri non potest. Itaque ne hoc quidem fieri potest, ut centrum circuli $ABGD$ in ambitum circuli $AEZG$ cadat. Sed iam demonstrauimus, id extra eum non cadere. Ergo intra cadet, ut geometra dixit.*) Q. n. e. d.

Propositio XIII libri tertii.

In circulo linearum inter se aequalium a centro distantiae inter se aequales sunt, et lineae, quarum a centro distantiae inter se aequales sunt, inter se aequales sunt.

Exemplificatio. In circulo AB duae lineae GD, EZ inter se aequales positae sunt. Dico, earum a centro distantias inter se aequales esse.

Demonstratio. Centro circuli ex III, 1 sumpto, quod sit punctum H, lineas HG, HD, HE, HZ ducimus. A puncto H ad duas lineas GD, EZ ex I, 12 duas lineas $H\Theta$, HK perpendiculares ducimus. Quoniam in circulo AB duae lineae GD, EZ positae sunt, et a centro ad eas duae perpendiculares $H\Theta$, HK ductae sunt, ex III, 3 manifestum est, eas duas lineas GD, EZ in binas partes aequales secare; itaque $\Theta G = \Theta D$ et $EK = KZ$. Iam quoniam $HG = HE$ et $DG = ZE$ et basis HD basi HZ aequalis, ex I, 8 angulus DGH angulo ZEH aequalis erit. Et quoniam linea GD lineae EZ aequalis est, rursus illae duae [h. e. dimidiae] inter se aequales sunt; itaque linea $G\Theta$ lineae EK aequalis est. Et $HG = HE$, demonstratum est autem, angulum ΘGH angulo HEK aequalem esse; ex I, 4 igitur basis $H\Theta$ basi HK aequalis erit. Quae



*) Supra p. 53.

وهما عمودان على خطى جد هز فهما اذن بُعدا خطى جد هز مِن نقطة ح التى هى مركز دائرة اب فبُعدا خطى جد هز مِن المركز متساويان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ واقول ايضا اذا كان بُعدُ خطى جد هز مِن المركز بُعدًا متساويًا فانهما متساويان ∴ برهانه مِن اجل ان الابعاد التى للخطوط مِن المركز هى اعمدة على الخطوط وخطا حط حك قد خرجا مِن المركز وهما عمودان على خطى جد هز فهما اذن البعدان وهما متساويان فمِن اجل ان خطى حط حك خرجا مِن نقطة ح التى هى المركز الى خطى جد هز وقطعاهما على زوايا قائمة فبحسب برهان ج مِن ج فانّ كل واحد منهما يقطع خطى جد هز بنصفين على نقطتى طك فخط دج مثلا خط جط وخط زه مثلا خط كه فلان زاويتى حطج حكه كل واحدة منهما قائمة فان بحسب برهان مو مِن ا يكون مجموع مربعى خطى جط طح مساويا لمربع خط حج وكذلك مجموع مربعى خطى حك كه مساو لمربع خط حه ولان خطى حج حه متساويان لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط يكون مجموع مربعى خطى حط طج مساويا لمجموع مربعى خطى حك كه لكن مربع خط حط مساو لمربع خط حك فاذا اسقطناهما بقى مربع خط طج مساويًا لمربع خط كه فخط طج اذن مساو لخط كه وكنّا بيّنا ان خط دج ضعف خط طج وخط زه ضعف خط كه فالاشياء التى هى اضعاف متساوية لاشياء متساوية فهى متساوية فخط دج اذن مساو لخط زه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

امّا زيادة ايرن فى هذا الشكل فانّه بيّن انّ مركز الدائرة 40 u.

ad duas lineas GD, EZ perpendiculares sunt; quare distantiae sunt duarum linearum GD, EZ a puncto H, quod centrum circuli AB est. Ergo duarum linearum GD, EZ a centro distantiae inter se aequales sunt. Q. n. e. d.

Dico etiam, duas lineas GD, EZ, si earum a centro distantiae aequales sint, inter se aequales esse.

Demonstratio. Quoniam linearum a centro distantiae ad lineas perpendiculares sunt, et duae lineae $H\Theta$, HK a centro ductae ad duas lineas GD, EZ perpendiculares sunt, distantiae sunt linearum et inter se aequales. Et quoniam duae lineae $H\Theta$, HK a puncto H, quod centrum est, ad duas lineas GD, EZ ductae eas ad angulos rectos secant, ex III, 3 utraque duas lineas GD, EZ in duas partes aequales ad duo puncta Θ, K secat; itaque $DG = 2\ G\Theta$ et $ZE = 2\ KE$. Iam quoniam uterque angulus $H\Theta G$, HKE rectus est, ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum $G\Theta$, ΘH quadrato lineae HG aequalis est, et eodem modo summa duorum quadratorum duarum linearum HK, KE quadrato lineae HE aequalis est. Et quoniam duae lineae HG, HE inter se aequales sunt, quippe quae a centro ad ambitum ductae sint, summa duorum quadratorum duarum linearum $H\Theta$, ΘG summae duorum quadratorum duarum linearum HK, KE aequalis erit. Sed quadratum lineae $H\Theta$ quadrato lineae HK aequale est; quibus subtractis relinquitur quadratum lineae ΘG quadrato lineae KE aequale; itaque $\Theta G = KE$. Sed iam demonstrauimus, lineam DG linea ΘG duplo maiorem esse et lineam ZE linea KE duplo maiorem esse. Quae autem magnitudinibus aequalibus duplo maiora sunt, inter se aequalia sunt. Ergo $DG = ZE$. Q. n. e. d.

Hero in additamentis ad hanc propositionem demonstrauit, centrum circuli inter duas lineas EZ, GD cadere ideoque circulum $ABGD$ delineauit et in eo duas lineas AB, GD ita duxit, ut inter se aequales essent. Dixit igitur, fieri non posse, ut cen-

8

يقع بين خطى[1] ه‍ز جد ورَسَمَ لذلك صورة دائرة ابجد واخرج فيها
خطى اب جد وهما متساويان فقال ان مركز هذه الدائرة يقع بين
خطى اب جد لا يمكن غيرُه فإن امكن فليقع اوّلاً على خطى اب
جد فننزل انّه قد وقع على خط جد على نقطة ه‍ ونُخرج خطى ه‍ا
ه‍ب فمن اجل انّ نقطة ه‍ مركزٌ فانّ خط اه‍ مساو لخط ه‍د وخط به‍
مساو لخط ه‍ج لكن بحسب برهان ك مِن ا فان مجموع خطى اه‍ ه‍ب
لخط واحد اعظم مِن خط اب لخط جد اذن اعظم مِن خط اب
وكُنا فرضناهما متساويين هذا خلف وبمثل هذا يتبيّن انه ولا
يُمكن ان يقع على خط اب فاذن ليس مركز دائرة ابجد على احد
خطى اب جد فاقول ايضا انه ولا خارجًا عن احد خطى اب جد
فان امكن فليكُن خارجًا عن خط جد وننز[ل اذ]ه نقطة ز ونخرج
خطوطَ زد زج زا (زا) زب فمن اجل ان نقطة ز مركز الدائرة فانّ
الخطوط الخارجة منها الى المحيط متساوية فخطا زا زب مثلُ خطى
زد زج وقاعدةُ اب مساويةٌ لِقاعِدةِ دج فبحسب برهان ح مِن ا
تكون زاوية ازب مساوية لزاوية دزج الاصغرُ مساوية لِلاعظم هذا
خلفٌ وبمثل هذا البرهان يتبيّن انّه غير ممكن ان يقع ايضا
خارج خط اب فقد تبيّن انّ مركز دائرة ابجد ليس يقع الا فيما
بين خطى اب جد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وبيّن ايضا ايرُن انّ
مركز دائرة ابجد يقع بين خطى اب جد المتساويين بغير طريق
الخلفِ فقال ليس يخلوُ مِن ان يكون خطا اب جد متوازيين او
غير متوازيين فلننزل انهما متوازيان اوّلا ونصل بين خطى اب دج

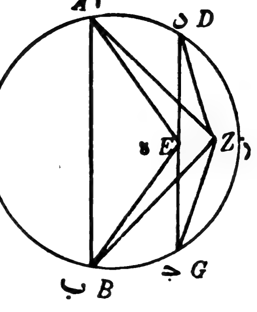
[1]) Supra in margine clarius scriptum.

trum huius circuli inter duas lineas AB, GD non cadat. Nam si fieri potest, prius in duabus lineis AB, GD cadat, et supponimus, id in linea GD in puncto E cadere. Duas lineas EA, EB ducimus. Quoniam punctum E centrum est, linea AE lineae ED aequalis erit et $BE = EG$. Sed ex I, 20 summa duarum linearum AE, EB coniunctarum maior erit quam linea AB. Itaque linea GD linea AB maior erit. At eas inter se aequales supposuimus. Quod absurdum est.

Eodem modo demonstramus, fieri non posse, ut in linea AB cadat. Ergo centrum circuli $ABGD$ in alterutra linearum AB, GD non cadit.

Rursus dico, id extra alterutram linearum AB, GD non cadere. Nam si fieri potest, extra lineam GD cadat, et supponimus, id esse punctum Z.

Lineas ZD, ZG, ZA, ZB ducimus. Quoniam punctum Z centrum est circuli, lineae ab eo ad ambitum ductae inter se aequales sunt; itaque duae lineae ZA, ZB duabus lineis ZD, ZG aequales sunt. Et basis AB basi DG aequalis est; itaque ex I, 8 angulus AZB angulo DZG aequalis est, minor maiori. Quod absurdum est.



Eodem modo demonstrabimus, fieri non posse, ut extra lineam AB cadat.

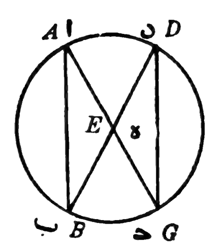
Ergo iam demonstratum est, centrum circuli $ABGD$ non cadere nisi in spatium inter duas lineas AB, GD positum. Q. n. e. d.

Hero etiam reductione in absurdum non adhibita demonstrauit, centrum circuli $ABGD$ inter duas lineas inter se aequales AB, GD cadere. Dixit enim, fieri non posse, quin duae lineae AB, GD aut inter se parallelae sint aut non parallelae. Prius supponamus, eas inter se parallelas esse. Duas lineas AB, DG duabus lineis AG, DB coniungimus; quare anguli al-

بخطى اج دب فالزوايا المتبادلة اذن متساوية فزاوية ا مساويةٌ لزاوية
ج وزاوية د مساوية لزاوية ب وقاعدة اب مساوية لقاعدة دج فبحسب
برهان كو مِن ا يكون ضلع اه مساويا لضلع هج وضلع هج مساويا
لضلع هد فخطا اج بد تقاطعا على انصافهما على نقطة ه فبيّن
ببرهان د مِن ج ان مركز الدائرة على خطى اج بد فالمركزُ اذن
نقطة ه وذلك ما اردنا ان نُبيّن ∴ وننزل ايضا ان خطى اب جد
غير متوازيين ونُخرجهما على استقامة حتى يلتقيا فليلتقيا على
نقطة ه ونُخرج خطى اج بد يتقاطعان على نقطة ز ونخرج خط
هزح فاقول انّ مركز الدائرة على خط هح برهانه مِن اجل انّ زاوية
باج مساوية لزاوية بدج لانّهما فى قطعة واحدة وتُوتّرهما قوس
واحدة وهى قوس بدج ومثل هذه الاشكال يُستشهدُ بها وان
كانت مَرسُومَة مِن بعدُ لانّهُ[1] ليس فيها مقدمات تتلو هذا
الشكل ولا هذا الشكل مِن الاوائل لذلك الشكل لكن اوائل ذلك
الشكل ماخوذة مِن المقالة الاولى ومِن الشكل الاول مِن هذه
المقالة فمِن احلِ ذلك لما احتاج ايرُن الى حلّ هذه الشكوك جعل
الشكل العشرين مِن هذه المقالة اوّلا لهذا الشكل الثالث عشر
فقال مِن اجل انّ زاوية باج مساويةٌ لزاوية بدج وزاوية ابد
مساوية لزاوية اجد لانهما ايضا فى قطعَةِ ابجد وتُوتّرهما قوس
واحدة وهى قوس اد وضلع اب مساو لضلع جد فانّه بحسب برهان
كو مِن ا يكون خط از مساويًا لخط زد وايضًا مِن اجل انّ زاوية 41 r.
دبج مساوية لزاوية اجب لانهما فى قطعَة دجب وتوتّرهما قوسا

[1]) In margine clarius scriptum.

terni inter se aequales sunt, $\angle A = G$ et $\angle D = B$. Et basis AB basi DG aequalis; itaque ex I, 26 latus AE lateri EG aequale est et latus EG [scr. EB] lateri ED. Duae igitur lineae AG, BD in binas partes aequales inter se secant in puncto E. Itaque ex III 4 sequitur, centrum circuli in duabus lineis AG, DB esse. Ergo centrum punctum E erit. Q. n. e. d.



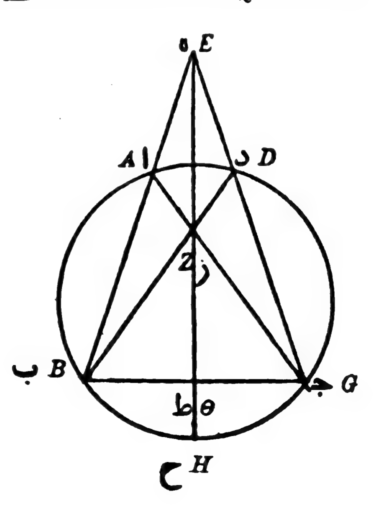
Rursus supponamus, duas lineas AB, GD parallelas non esse. Eas in directum producimus, donec concurrant, concurrantque in puncto E. Ductis duabus lineis AG, BD, quae in puncto Z inter se secant, lineam EZH ducimus. Dico, centrum circuli in linea EH esse.

Demonstratio. Quoniam angulus BAG angulo BDG aequalis est, quia in eodem segmento positi sunt, et idem arcus, scilicet arcus BDG (scr. BHG) iis oppositus est — eiusmodi enim propositionibus demonstratio perficitur, etiam si postea demum explicatae sunt, quia in ea [III, 20 nostri, in Graecis III, 21] demonstranda nihil adhibetur eorum, quae hanc propositionem [13] sequuntur, nec haec propositio inter elementa illius est, sed elementa illius e libro primo primaque propositione huius libri petita sunt. Qua de causa Hero, cum hae dubitationes ei soluendae essent, propositionem XX huius libri ante hanc XIII collocauit et sic dicit: Quoniam $\angle BAG = BDG$, et $\angle ABD = AGD$, quoniam uterque in segmento $ABGD$ positus est, et iis idem arcus, scilicet arcus AD, oppositus est, et latus AB lateri GD aequale est, ex I, 26 linea AZ lineae ZD aequalis erit. Rursus, quoniam $\angle DBG = AGB$, quoniam in segmento DGB positi sunt, et duo arcus DG, AB inter se aequales iis oppositi sunt, et iam demonstratum est, angulum DGA angulo DBA aequalem esse, totus angulus DGB toti angulo ABG aequalis erit. Itaque ex I, 6 triangulus EGB aequicrurius est, et $EG = EB$. Supposuimus autem, esse $DG = AB$. Ergo quae relinquitur, ED lineae

دج اب المتساويان وقد تبيّن ان زاوية دجا مثل زاوية دبا فان
زاوية دجب باسرها مساوية لزاوية ابج باسرها فاذن بحسب برهان
و مِن ا يكون مثلث ەجب مُتساوى السّاقين ساق ەج مثل ساق
ەب وقد فرضنا دج مثل اب فيكون ەد الباقى مثل ەا وايضا مِن
اجل ان زاوية ەاج مساوية لزاوية ەدب وذلك بحسب برهان لب مِن
ا وضلعا ەد دز مثل ضلعى ەا از فبحسب برهان د مِن ا تكون
زاوية دەز مساوية لزاوية اەز فخط ەب اذن مساو لخط ەج وزاوية
بەط قد تبيّن انها مساوية لزاوية [جەط] وناخذ خط ەط مشتركًا
وضلعا جە ەط مساويان لضلعى بە ەط وزاوية [ج]ەط مساوية
لزاوية بجط فقاعدة بط مساوية لقاعدة جط وزاوية ەطب مساوية
لزاوية ەطج فهما اذن قائمتان فخط بج قد وقع فى دائرة ابجد
وقد جاز عليه خط ەط وقسمَهُ بنصفين وعلى زوايا قائمة فبحسب
برهان ج مِن ج فانّ على خط ەز يكون مركز الدائرة وذلك ما اردنا
ان نبيّن ∴ وقال ايضا فان قال قائل انّ الخطين المتساويين
يتقاطعان داخل دائرة ابجد على علامة ە لخطى اج بد
(المشترك)([1] فانا نقول اِنّ المركز لا يخلو مِن ان يكون على تقاطع
خطى اج بد المشترك لهما اعنى علامة ە او على غيرها فان وقع
على علامة ە فهو اذن بين خطى اج بد وقد انحلّ المطلبُ وقد
بيّنا انه لا يقع على احد خطى اب جد فان قال قائل انا نفرض
خطى اب جد غير متقاطعين فى داخل دائرة ابجد لكن متلاقيين
على مُحيطها لخطى اب اد فانّا نبيّن ان مركز دائرة ابجد بين

[1]) A librario erasum.

EA aequalis est. Rursus quoniam ex I, 32[1]) $\angle EAG = EDB$, et duo latera *ED*, *DZ* duobus lateribus *EA*, *AZ* aequalia sunt, ex I, 4 erit $\angle DEZ = AEZ$. Erat autem $EB = EG$.[2]) Et iam demonstratum est, angulum $BE\Theta$ angulo $GE\Theta$ aequalem esse; linea igitur $E\Theta$ communi sumpta duo latera *EG*, $E\Theta$ duobus lateribus *BE*, $E\Theta$ aequalia erunt. Et $\angle [G]E\Theta = BG\Theta$ [scr. $BE\Theta$]; itaque basis $B\Theta$ basi $G\Theta$ aequalis erit, et $\angle E\Theta B = E\Theta G$. Quare recti sunt. Itaque linea *BG* in circulo *ABGD* posita est, et linea $E\Theta$ eam secans in duas partes aequales et ad angulos rectos eam secat. Ergo ex III, 3 centrum circuli in linea *EZ* [scr. *EH*] posita est. Q. n. e. d.



Dixit etiam: Si quis dixerit, duas lineas inter se aequales intra circulum *ABGD* in puncto *E* inter se secare, ut duae lineae *AG*, *BD*, dicimus, fieri posse, ut centrum aut in communi sectione duarum linearum

---

[1]) In margine est: قلت انا ويمكن ان يبرهن بوجه اخر احسن مِن هذا وهو انّ زاوية هجا مساوية لزاوية هبد وضلع اج قد تبيّن انه مثل ضلع دب ونجعل زاوية دها مشتركة فببرهان كو مِن ا يكون ضلع هد مثل ضلع ها ثم نجعل هز مشتركا ودز قد تبيّن انه مثل از فببرهان ح مِن ا تكون زاوية دهز مثل زاوية اهز ع

Dico, hoc alio modo pulchriore demonstrari posse. Nam quoniam $\angle EGA = EBD$, et iam demonstratum est, latus *AG* lateri *DB* aequale esse, angulo *DEA* communi sumpto ex I, 26 latus *ED* lateri *EA* aequale erit. Deinde *EZ* communem sumimus, et iam demonstratum est, *DZ* aequalem esse *AZ*. Itaque ex I, 8 $\angle DEZ = AEZ$.

[2]) In textu: Ergo $EB = EG$.

خطى اب اد ونخرج خط بد ونقسمه بنصفين على علامة ه ونخرج اه ونخرجه الى محيط الدائرة الى نقطة ح فاقول ان مركز الدائرة على خط اج برهانه ان مثلث ابد متساوى الساقين فبحسب برهان ه من ا تكون زاوية ابد مساويه لزاوية ادب وكنّا فرضنا خط اب مثل خط اد وفصلنا به مثل هد فضلعا اد ده مثل ضلعى اب به وزاوية ب مثل زاوية د فمثلث اهد مثل مثلث ابه وزاوية اهب مثل زاوية اهد فقد جاز خط اج على خط بد وقسمه بنصفين على نقطة ه وعلى زوايا قائمة فبحسب برهان ج من ج فانّه على خط اج يكون مركز الدائرة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

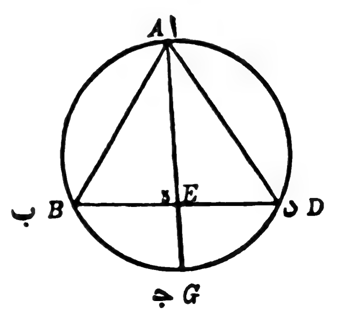
الشكل الرابع عشر من المقالة الثالثة

الخطوط المستقيمة الواقِعَة فى دائرةٍ اعظمُها قُطرُ الدائرة والباقيَةُ فما كان منها اقرب الى المركز فهو اعظم ممّا بَعُد عنه مثالُه انّ دائرة اب وقع فيها خطوطُ جد هز حط وخط جد قطرُ الدائرةِ وخط هز اقربُ الى المركز مِن خط حط فاقول ان اعظمها خط جد وخط هز اعظم مِن خط حط برهانه انا نُنزل انّ المركز نقطة ك ونُخرج منها الى خطى هز حط عمودى كل كم كما بيّنا اخراجهما ببرهان يب مِن ا فمِن اجل انّ خط هز اقرب الى المركز مِن خط حط فان عمود كم اعظم مِن عمود كل فنفصل مِن خط كم مثل خط كل كما بيّن ببرهان ب مِن ا وليكن خط كن ونُجيز على نقطة ن خط سنع موازيًا لخط طح كما بيّن ببرهان لا مِن ا فخط كن عمودٌ على خط سع واذا كانت ابعادُ الخطوط مِن المركز متساويةً

41 u.

AG, BD sit, hoc est in puncto E, aut in alio puncto. Iam si in puncto E cadit, inter duas lineas AG, BD positum est, et solutum erit, quod quaerebatur. Sed iam demonstrauimus, id in alterutra linearum AB, GD non cadere.*)

Si quis dixerit, hoc quoque supponi posse, duas lineas AB, GD non intra circulum $ABGD$ inter se secare, sed in ambitu eius concurrere, ut duae lineae AB, AD, demonstrabimus, centrum circuli $ABGD$ inter duas lineas AB, AD esse. Lineam BD ducimus eamque in puncto E in duas partes aequales diuidimus. [Linea] AE ad ambitum circuli ad punctum H [scr. G] producta dico, centrum circuli in linea AG esse.



Demonstratio. Triangulus ABD aequicrurius est; quare ex I, 5 $\angle ABD = ADB$. Lineam AB lineae AD aequalem supposuimus, et BE abscidimus [lineae] ED aequalem; duo igitur latera AD, DE duobus lateribus AB, BE aequalia sunt, et $\angle B = D$. Itaque triangulus AED triangulo ABE aequalis est, et $\angle AEB = AED$. Quare linea AG lineam BD transiens in puncto E in duas partes aequales et ad angulos rectos eam secat. Ergo ex III, 3 centrum circuli in linea AG erit. Q. n. e. d.

Propositio XIV libri tertii.[1])

Linearum rectarum in circulum cadentium maxima est diametrus circuli, ceterarum autem, quae centro propior est, remotiore maior.

---

*) Haec non intellego; sed eadem habet Gherardus p. 128, 2—3.

[1]) In figura codicis desunt litterae ا, ع, ن. ط bis scriptum.

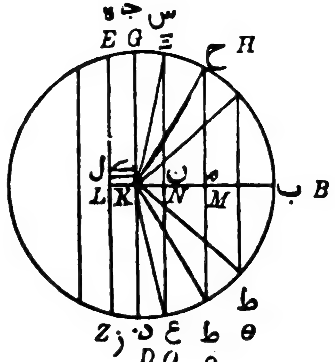
فانّ الاعمدة التى تخرُج الى الخطوط مِن المركز تكون متساوية واذا كانت الاعمدة متساوية فان الخطوط متساوية فخط هز مساو لخط سع ونخرج خطوط كس كع كح كط فمن اجل ان كل مثلث فان كل ضلعين مِن اضلاعه مجموعَين لخط واحد اعظم مِن الضلع الثالث وذلك بيّن ببرهان ك مِن ا [فـ]ضلعا كس كع مجموعين لخطٍ واحدٍ اعظم مِن خط سع لكن خط كس مساو لخط كج وخط كع مساو لخط كد فخطا كس كع لخط واحد مساو لقُطر الدائرة الذى هو خط جد فخط جد اذن اعظم مِن خط سع لكن خط سع مساو لخط هز فخط جد الذى هو القطر اعظم مِن خط هز وايضا فمن اجل ان خطى كس كع مساويان لخطى كح كط لانهما خارجَةٌ مِن المركز الى المحيط وزاوية سكع اعظم مِن زاوية حكط فببرهان كد مِن ا تكون قاعدة سع اعظم مِن قاعدة حط لكن خط سع مساو لخط هز فخط هز الاقربُ الى المركز اعظم مِن خط طح الابعد عنه وقد بيّنّا ان قطر الدائرة وهو جد اعظم مِن خط هز فقد ظهر انه اذا وقع فى دائرة خطوط مستقيمة فاعظمها قطر الدائرة والباقية فما قَرُبَ منها مِن مركز الدائرة اعظم ممّا بَعُدَ عنه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس عشر مِن المقالة الثالثة

كل دائرة يخرج مِن طرف قطرها خط مستقيم على زاوية قائمة فانه يقعُ خارج الدائرة ولا يقعُ بينَهُ وبين الخط المحيط

Exemplificatio. In circulum AB lineae GD, EZ, $H\Theta$ cadunt, linea GD diametrus circuli est, linea EZ centro propior est quam linea $H\Theta$. Dico, maximam earum esse lineam GD, et lineam EZ maiorem esse linea $H\Theta$.

Demonstratio. Supposuimus, centrum esse punctum K, a quo ad duas lineas EZ, $H\Theta$ ex I, 12 duas perpendiculares KL, KM ducimus. Iam quoniam linea EZ centro propior est quam linea $H\Theta$, perpendicularis KM perpendiculari KL maior est; a linea igitur KM ex I, 2 linea KN lineae KL aequali abscisa et per punctum N linea ΞNO ex I, 31 lineae ΘH parallela ducta, linea KN ad lineam ΞO perpendicularis erit. Et quoniam linearum a centro distantiae inter se aequales sunt, perpendiculares ad lineas a centro ductae inter se aequales erunt, et quoniam perpendiculares inter se aequales sunt, lineae inter se aequales erunt, $EZ = \Xi O$.



Lineas $K\Xi$, KO, KH, $K\Theta$ ducimus. Quoniam in quouis triangulo bina latera coniuncta, ut fiant una linea, tertio latere maiora sunt, sicut in I, 20 demonstratum est, duo latera $K\Xi$, KO coniuncta, ut fiant una linea, maiora sunt linea ΞO. Sed $K\Xi = KG$ et $KO = KD$; itaque duae lineae $K\Xi$, KO coniunctae, ut fiant una linea, diametro circuli, i. e. lineae GD, aequales erunt. Ergo $GD > \Xi O$. Sed $\Xi O = EZ$; itaque linea GD, quae diametrus est, linea EZ maior erit.

Rursus quoniam duae lineae $K\Xi$, KO duabus lineis KH, $K\Theta$ aequales sunt, quia a centro ad ambitum ductae sunt, et $\angle\, \Xi KO > HK\Theta$, ex I, 24 basis ΞO basi $H\Theta$ maior erit. Sed $\Xi O = EZ$; itaque linea EZ, quae centro propior est, maior erit linea ΘH, quae ab eo remotior est. Iam autem demonstrauimus, diametrum circuli GD linea EZ maiorem esse. Ergo manifestum

بالدائرة خطٌ اخر مستقيم وكُلُ خطٍ هذه حالُه(1 فهو مماسٌ للدائرةِ وتكون الزاوية التى يحيط بها ذلك الخطُ والخط المُحيط اصغر مِن كلّ زاوية حادّة والتى تليها مِن داخل الدائرةِ التى تُحيط بها القطر والخط(2 المُحيط اعظم مِن كل زاوية حادّةٍ

مثاله ان دائرة اجد قطرُها جد وقد خرج مِن نقطة د التى هى طرف القطر خطٌ على زاوية قائمة وهو خط دز فاقول انه يقع خارج الدائرة لا يُمكن غير ذلك فان امكن ان يقع فى داخل الدائرة فليكن مثل خط دا ونُخرج خط ها فمثلث اهد متساوى السّاقين لان خط ها مثل خط هد لانهما خرجا مِن المركز الى المحيط فببرهان ه مِن ا تكون زاوية هاد مساوية لزاوية هدا لكن زاوية هدا فرضناها قائمة فزاوية هاد اذن قائمة فمثلث هاد فيه زاويتان قائمتان وذلك غير ممكن لانه قد تبيّن ببرهان يز مِن ا ان كل زاويتين مِن زوايا كل مثلث اذا جُمعتا اصغر مِن قائمتين فقد تبيّن ان الخط القائم على نقطة د على زاوية قائمة يقع خارج الدائرة فليقع مثل خط دز واقول ايضا انه لا يقع بينه وبين قوس جاد خط اخر فان امكن فليقع مثل خط دح فمِن اجل ان زاوية هدز قائمة فانّ زاوية هدح اصغر مِن قائمة فقد يمكن اذن ان يخرج الى خط دح مِن نقطة ه خط قائم عليه على زوايا قائمة فلنخرج خط هط فمِن اجل ان زاوية هطد اعظم مِن زاوية هدط والزاوية

42 r.

1) In margine clarius scriptum.

2) In codice: خطُ القطر والقطر

est, si lineae rectae in circulum cadant, maximam earum esse diametrum circuli, ceterarum autem, quae centro circuli propiores sint, remotiore maiores. Q. n. e. d.

Propositio XV libri tertii.

In circulo linea recta a termino diametri ad angulum rectum ducta extra circulum cadet, neque inter eam et ambitum circuli alia linea recta cadit, (omnesque lineae, quarum positio haec est, circulum contingunt,*) et angulus, qui hac linea et ambitu comprehenditur, quouis angulo acuto minor est, angulus uero in circulo deinceps positus, qui diametro et ambitu comprehenditur, quouis angulo acuto maior est.

Exemplificatio. In circulo AGD diametrus est GD. A puncto D, quod terminus diametri est, linea DZ ad rectum angulum ducitur. Dico, eam extra circulum cadere, nec aliter fieri posse.

Nam, si fieri potest, ut intra circulum cadat, sit ut linea DA. Linea EA ducta triangulus AED aequicrurius erit; nam $EA = ED$, quia utraque a centro ad ambitum ducta est; quare ex I, 5 $\angle EAD = EDA$. Sed angulum EDA rectum supposuimus; quare etiam angulus EAD rectus est. Itaque in triangulo EAD duo anguli recti sunt. Quod fieri non potest, quoniam iam in I, 17 demonstrauimus, in quouis triangulo summam duorum angulorum duobus rectis minorem esse. Ergo demonstratum est, lineam ad punctum D ad rectum angulum ductam extra circulum cadere.

Cadat ut linea DZ. Rursus dico, inter eam et arcum GAD nullam aliam rectam cadere. Nam, si fieri potest, cadat ut linea DH. Iam quoniam angulus EDZ rectus est, angulus EDH recto minor erit. Itaque fieri potest, ut a puncto E ad lineam

*) Haec uerba, quae apud Euclidem desunt, ad corollarium Euclidis spectant (p. 71).

العظمى يوترها الضلع الاعظم وذلك بحسب برهان يط مِن ا يكون خط هد اعظم مِن خط هط لكن خط هد مساو لخط هك لانّهما خرجا مِن المركز الى المحيط فخط هك اذن اعظم مِن خط هط الاصغر اعظم مِن الاعظم هذا خلف فقد ظهر انه لا يقع بين خط[1] دز وبين قوس دا خط اخر مستقيم وايضا فاقول ان زاوية كدز الخارجة اصغر مِن كل زاوية حادّة وان زاوية هدك الداخلة اعظم مِن كل زاوية حادّة برهانه ان لو كانت زاوية [ك]دز الخارجة مثل زاويةٍ حادّةٍ او اعظم مِن حادّةٍ لكان يقع بين قوس اكد وبين خط دز خطٌ اخر مستقيم فمِن اجل ما قد تبيّن انه لا يمكن ان يقع بينهما خط اخر مستقيم صارت اصغر مِن كل زاوية حادّة وصارت زاوية نصف الدائرة التى تحيط بها قوس جاد وقطرُ جهد اعظم مِن كل زاوية حادّة وعندها يتبيّن ان كل خط مستقيم يخرج مِن طرف قطر الدائرة على زاوية قائمة فانه مُماسٌّ للدائرة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال النريزى اراد الرياضى ان الزاوية التى تحيط بها قوس جاد وعمود دز اصغر مِن كل زاوية حادّة لانها غير مُنقسِمَةٍ فلو كانت منقسمةً لوقع بين قوس جاد وبين خط دز خط اخر مستقيم اِذ[2] كان قسمة الزوايا[3] انما تكون بالخطوط المستقيمة التى تفصِلُها فلمّا لم تنفصِل زاوية كدز لم تكن بزاويةٍ حادّةٍ لانّ الزوايا الحادّة كلها تنقسم فسمّاها باسم اضطرّهُ الامرُ اليه

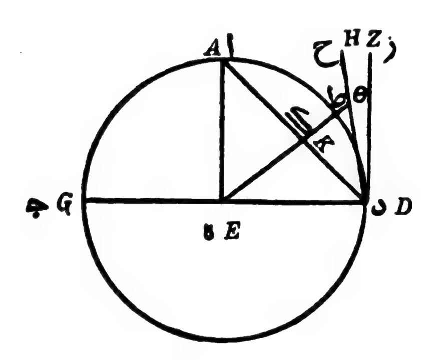
---

[1] In textu: خطى

[2] Primum librarius scripsit: دز

[3] Primum librarius scripsit: الزوية

DH linea ad rectos angulos ducatur. Lineam $E\Theta$ ducamus. Quoniam $\angle E\Theta D > ED\Theta$, et ex I, 19 latus maius angulo maiori oppositum est, linea ED maior erit linea $E\Theta$. Sed $ED = EK$, quoniam utraque a centro ad ambitum ducta est; itaque $EK > E\Theta$, minor maiore maior. Quod absurdum est. Ergo manifestum est, inter lineam DZ et arcum DA nullam aliam lineam rectam cadere.



Rursus dico, angulum KDZ exteriorem quouis angulo acuto minorem esse, et angulum EDK interiorem quouis angulo acuto maiorem.

Demonstratio. Si angulus KDZ extrinsecus positus aut angulo acuto aequalis aut angulo acuto maior est, inter arcum AKD et lineam DZ alia linea recta cadit. Itaque, quoniam iam demonstratum est, fieri non posse, ut inter ea alia recta cadat, quouis angulo acuto minor erit, et ideo angulus semicirculi arcu GAD et diametro GED comprehensus quouis angulo acuto maior erit.

Hinc demonstratur, omnem lineam rectam a termino diametri circuli ad angulum rectum ductam circulum tangere. Q. n. e. d.

Dixit Al-Narizi. Geometra uult, angulum arcu GAD et perpendiculari DZ comprehensum quouis angulo acuto minorem esse, quia diuidi non potest. Si enim diuidi possit, inter arcum GAD et lineam DZ alia recta linea cadat, quia anguli non diuiduntur nisi lineis rectis, quae eos secant. Sed quum angulus KDZ secari non possit, non erit angulus acutus; nam omnes anguli acuti diuiduntur. Sed eo nomine eum adpellauit, quod res postulauit, propter reliquum angulum interiorem, scilicet quia $\angle EDZ$ rectus est, et inter lineam GD et DZ perpendicularem arcus GA cadit et angulus KDZ abscinditur, cui magnitudo non est; relinquitur igitur angulus interior, qui diametro GD et arcu

بسبب الزاوية الاخرى الداخلة وذلك انّ زاوية هدز لمّا[1] كانت قائمة ووقع بين خط جد وعمود دز قوس جا وفُصلت زاوية كدز لا مقدار لها بقيت الزاويةُ الداخلةُ التى يحيط بها قطر جد وقوس جاد اعظم مِن كل زاوية حادّة لان الحادّة هى التى تنقصُ عن الزاوية القائمة بزاوية ما أُخرى حادّة فمِن اجل ان هذه الزاوية الداخلة لم تنقصْ عن الزاوية القائمة التى هى زاوية حادّة بزاوية لها مقدارٌ نَسَبَ الرياضىُ الزاويةَ الداخلةَ الى انها اعظم مِن كل زاويةٍ حادّةٍ ومِن اجل انّ الزاوية الخارجة لا يُمكن ان تنقسم بخطٍ مستقيمٍ فانّ كل خط حالهُ هذه الحال فهو مُماسٌّ للدائرة ∴

الشكل السادس عشر مِن المقالة الثالثة

نريد ان نبيّن كيف نخرج مِن نقطة مفروضة خطا مستقيما يماسُّ دائرةً مفروضةً فننزل ان النقطة المفروضة نقطة ا والدائرة المفروضة دائرة بج فنستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة د ونصل بين نقطتى د ا بخط دا يقطعُ الدائرةَ على نقطة ز ونجعل نقطة د مركزًا ونخط ببعد دا[2] دائرة اه ونُقيم على نقطة ز مِن خط اد خطًا يكون عمودًا عليه ونخرجه الى ان يلقى دائرة اه كما بيّنا

---

[1]) In codice لعلّ (!), suspicor autem scribendum esse لمّا. Apud Gherardum Crem. p. 129, 16 pro quod <si> scribendum quia, sicut habet cod. Reginensis lat. 1268 (cfr. Biblioth. mathm. III, p. 72 not.), de cuius scriptura beneuolenter nos certiores fecit A. A. Bjørnbo, dr. phil.

[2]) Post haec uerba librarius falso repetiuit, postea erasit uerba, quae sunt: بخط دا .... مركزًا ونخط

GAD comprehenditur, quouis angulo acuto maior, quia angulus acutus est, qui de angulo recto diminuitur alio angulo acuto, et quoniam hic angulus interior de angulo recto non diminuitur acuto angulo, cui magnitudo est[1]), geometra angulum interiorem quouis angulo acuto maiorem esse a principio statuit.

Et quoniam fieri non potest, ut angulus extrinsecus positus linea recta diuidatur, omnis linea, cuius positio haec est, circulum contingit.

Propositio XVI libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo a puncto dato lineam rectam circulum datum contingentem ducamus.

Supponamus, punctum datum esse punctum A et circulum datum circulum BG. Centrum circuli sumimus, quod sit punctum D, et duo puncta D, A linea DA coniungimus, quae circulum in puncto Z secat. Puncto D centro sumpto radio DA circulum AE describimus et in puncto Z lineae AD lineam ad eam perpendicularem erigimus ex I, 11 et eam producimus, dum ad circulum AE perueniat, sitque linea ZH. Itaque ex III, 15 manifestum est, lineam ZH extra circulum BG cadere et circulum contingere.

Punctis D, H coniunctis linea DH, quae circulum BG in puncto Θ secat, duo puncta A, Θ linea $A\Theta$ coniungimus. Quoniam $DA = DH$, quippe quae a centro ad ambitum ductae sint, et $DZ = D\Theta$, duo latera AD, $D\Theta$ duobus lateribus HD, DZ

---

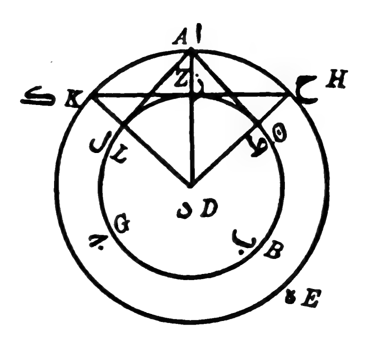
1) In textu Arabico est: »... non diminuitur de angulo recto, qui angulus acutus est, angulo, cui magnitudo est.« Apud Gher. Crem. (p. 129, l. 23) est: »... non minuitur a recto angulo, qui est edz, cum angulo, cui sit quantitas.« Credo, ordinem modo uerborum Arabicorum mutatum esse, et ita legendum esse: القائمة بزاوية لها مقدار التى هى زاوية حادّة

اخراجَهَ ببرهان يا مِن ا وليكن خط زح فمِن البيّن بحسب برهان
يه مِن ج ان خط زح يقع خارج دائرة بج وهو مُماسٌّ للدائرة
ونصل بين نقطتى دح بخط دح يُقطع دائرةَ بج على نقطة ط
ونصِل نقطتى ا ط بخط اط فلان خط دا مساو لخط دح لانهما
خرجا مِن المركز الى المحيط وخط دز مثل خط دط فان خطى اد
دط مساويان لخطى حد دز كل ضلع مساو لنظيره وزاوية ادط
مشتركة للمثلثين فان بحسب برهان د مِن ا تكون قاعدة اط
مساويةً لقاعدة حز ومثلث ادط مساويًا لمثلث حدز وسائر الزوايا 42 u.
مثل سائر الزوايا زاوية[1] اطد مساويةٌ لزاوية حزد لكن زاوية حزد
قائمة فزاوية دطا اذن قائمة فقد خرج مِن نقطة ط التى هى طرفُ
قُطر دائرةِ بج خط طا على زاوية قائمة وقد تبيّن ببرهان يه مِن
ج ان الخط الخارج مِن طرفِ قطرِ الدائرةِ على زاوية قائمة يماسّ
الدائرة فخط اط اذن مُماسٌّ للدائرة فقد خرج مِن نقطة ا
المفروضة الى دائرة بج المفروضة خط اط يماسّ الدائرةَ وذلك ما
اردنا ان نبيّن قال ايرُن ان كانت النقطة المفروضة داخل الدائرة
لم يمكن ان يخرج منها خط يماسّ الدائرةَ لان الخط يقطع الدائرةَ
وان كانت على الخط المحيط اُخرج قطرُ الدائرةِ مِن النقطة
المفروضة ثم يُقامُ على تلك النقطة عمودٌ فيكون ذلك العمود هو
الخط المُماسّ للدائرةِ ∴ وان اردنا ان نُخرج خطين مِن نقطة ا
الى محيط دائرة بج يماسّانها[2] فانا نخرج خط حز على الاستقامة
الى نقطة ك ونصِل بين نقطتى دك بخط دك يقطع الدائرة على
نقطة ل ونصِل خط ال فبيّن بحسب ما برهن الرياضى ان خط ال

aequalia erunt, singula singulis. Et angulus $AD\Theta$ duobus triangulis communis est; itaque ex I, 4 basis $A\Theta$ basi HZ aequalis est, et $\triangle\ AD\Theta = HDZ$, et omnes anguli omnibus angulis aequales; quare $\angle\ A\Theta D = HZD$. Sed angulus HZD rectus est; itaque angulus $D\Theta A$ rectus. Itaque a puncto Θ, quod terminus est diametri circuli BG, linea ΘA ad angulum rectum ducta est. Iam autem in III, 15 demonstratum est, lineam a termino diametri circuli ad rectum angulum ductam circulum contingere; itaque linea $A\Theta$ circulum contingit. Ergo a dato puncto A ad datum circulum BG linea $A\Theta$ ducta est circulum contingens. Q. n. e. d.

Hero dixit: Si punctum datum intra circulum est, fieri non potest, ut ab eo linea circulum contingens ducatur, quoniam linea circulum secat. Si punctum in ambitu est, diametrus circuli a puncto dato ducitur et deinde linea ad eam in hoc puncto perpendicularis; tum haec linea perpendicularis ea erit, quae circulum contingit.

Si a puncto A ad ambitum circuli BG duas lineas eum contingentes ducere uolumus, lineam HZ in directum ad punctum K producimus et duo puncta D, K linea DK coniungimus, quae circulum in puncto L secat. Linea AL ducta ex eo, quod geometra demonstrauit, lineam AL ipsam



quoque circulum contingere, manifestum est, quae linea lineae $A\Theta$ aequalis est. Iam igitur hoc quoque demonstratum est, si a puncto dato duae lineae circulum datum contingentes ductae sint, eas duas lineas inter se aequales esse. Q. n. e. d.

---

1) Repetitum.

2) In codice: يماسّهانِها

ايضا مماسٌّ للدائرة وهو مساو لخط اط فقد تبيّن ايضا ان كل نقطة مفروضة يخرج منها خطان يماسّان دائرةً مفروضةً فان الخطين متساويان وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السابع عشر مِن المقالة الثالثة

كل دائرة ماسَّها خطٌ مستقيم ويخرج مِن النقطة التى عليها المُماسّة خط مستقيم الى مركز الدائرة فانّ الخط المخرج عمودٌ على الخط المُماسّ فلننزل ان خط جد يماسّ دائرة اب على نقطة ب ومركز الدائرة علامة ه فاقول ان خط به عمودٌ على خط جد لا يمكن غيرُه فان امكن فلنخرج مِن نقطة ه التى هى المركز عمودًا على خط جد وليكُن عمود هز فمن اجل ان زاوية هزب قائمة فان زاوية[1] هبز اصغرُ مِن قائمة لان كل زاويتين مِن زوايا المثلث اصغرُ مِن زاويتين قائمتين وذلك بيّن ببرهان يز مِن ا ومِن اجل ان الزاوية العُظمى وترها الضلع الاطوَلُ بحسب ما بيّن ببرهان يط مِن ا يكون ضلع به اعظمَ مِن ضلع هز ونقطة ز خارج الدائرة فخط هز اعظم مِن خط هب فيكون خط هب الاصغرُ اعظم مِن خط هز الاعظم هذا خلف فليس يمكن اذن ان يكون خط هز عمودًا على خط جد ولا غيرُه مِن الخطوط[2] سوى الخط الذى يصل بين موضع التماسّ وبين المركز مثل هب وذلك ما اردنا ان نبينّ ∴

الشكل الثامن عشر مِن المقالة الثالثة

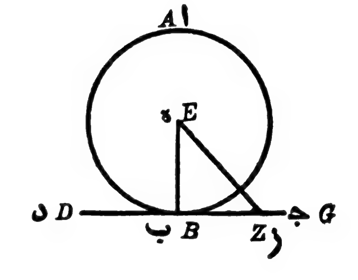
كل خطٍ يُماسّ دائرةً ويخرج مِن حيث يماسُّها خط على زاوية [قائمة] يقطع الدائرة فان عليه يكون مركز الدائرة مثاله ان

Propositio XVII libri tertii.

Si linea recta circulum contingit, et a puncto contactus ad centrum circuli linea recta ducitur, linea ducta ad lineam contingentem perpendicularis erit.

Supponamus, lineam *GD* circulum *AB* in puncto *B* contingere, et centrum circuli esse punctum *E*. Dico, lineam *BE* ad lineam *GD* perpendicularem esse, neque aliter fieri posse.

Nam si fieri potest, a puncto *E*, quod centrum est, ad lineam *GD* perpendicularem *EZ* ducamus. Iam quoniam angulus *EZB* rectus est, angulus *EBZ* recto minor erit, quoniam ex I, 17 duo anguli trianguli duobus rectis minores sunt. Et quoniam ex I, 19 sub angulo maiore latus maius subtendit, latus *BE* latere *EZ* maius erit. Sed punctum *Z* extra circulum est; itaque $EZ > EB$, et linea *EB* minor linea *EZ* maiore maior. Quod absurdum est.



Ergo fieri non potest, ut aut linea *EZ* aut ulla alia linea praeter eam, quae punctum contactus et centrum coniungit, ut *EB*, ad lineam *GD* perpendicularis sit. Q. n. e. d.

Propositio XVIII libri tertii.

Si linea circulum contingit et a puncto contactus ad angulum [rectum] linea ducitur, quae circulum secat, in ea centrum circuli erit.

Exemplificatio. Linea *GD* circulum *AB* in puncto *B* contingit, et a puncto *B* ducta est linea *BA* ad lineam *GD* perpendicularis, quae circulum secat. Dico, centrum circuli esse in linea *AB*, neque aliter fieri posse. Nam, si fieri potest, supponamus, centrum esse punctum *E*. *E*, *B* coniungimus. Quoniam

[1]) Uerba quae sunt فان زاوية repetita. [2]) Repetitum.

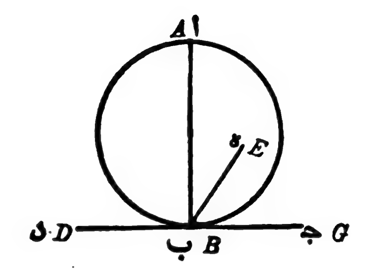
خط جد يماسّ دائرة اب على نقطة ب وقد خرج مِن نقطة ب
خط با عمودًا على خط جد يقطع الدائرة فاقول انّ مركز الدائرة
على خط اب لا يمكن غيره فان امكن فلننزل ان المركز نقطة ه
ونصل هب فمِن اجل ان خط جد يماسّ دائرة اب وقد خرج مِن
النقطة التى عليها المماسّة خط مستقيم الى المركز وهو خط به
فان خط به عمود على خط جد وذلك ببرهان ١٧ مِن ٣[1] فزاوية
هبج قائمة وقد كنّا فرضنا زاوية ابج قائمةً فزاوية ابج مساوية
لزاوية هبج الاعظم مساو للاصغر هذا خلف فليس يمكن ان
تكون نقطة ه مركزًا لدائرة اب ولا غيرُها مِن النقط التى ليسَت على 43 r.
خط اب فمركز الدائرة اذن على خط اب وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل التاسع عشر مِن المقالة الثالثة

الزاوية التى على مركز كل دائرة ضعف الزاوية التى على المحيط
اذا كانت قاعدتاهما قوسًا واحدة مثاله انّ دائرة ابج على مركزها
زاوية بدج وعلى محيطها زاوية باج وقاعدتهما قوسٌ واحدةٌ وهى
قوس بج فاقول ان زاوية بدج ضِعفُ زاوية باج برهانه انا نُخرج
خط اد ونُخرجه الى علامة ه فمِن اجل انّ مركز الدائرةِ نقطةُ ط وقد
خرج منها خطا دا دب فهما متساويان فبحسب برهان ه مِن ا
تكون زاوية داب مساوية لزاوية دبا ولانّ زاوية بده خارج مثلث
ابد ومجموع زاويتى داب دبا ضعف زاوية داب فانّه بحسب برهان
لب مِن ا تكون زاوية بده مثل زاويتى داب دبا فزاوية بده مثل

[1]) Hic primum numeri Arabici in textu adhibentur.

linea GD circulum AB contingit et a puncto contactus linea recta ad centrum ducta est, scilicet linea BE, ex III, 17 linea BE ad lineam GD perpendicularis erit, et $\angle EBG$ rectus. Iam autem supposuimus, angulum ABG rectum esse. Itaque angulus ABG angulo EBG aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est. Itaque fieri non potest, ut aut punctum E aut aliud punctum, quod in linea AB non sit, centrum circuli AB sit. Ergo centrum circuli in linea AB est. Q. n. e. d.

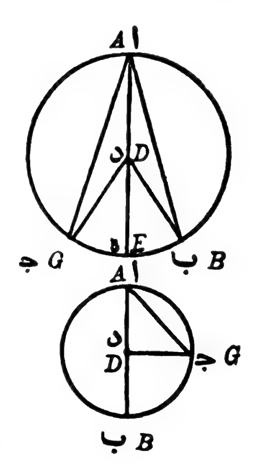


Propositio XIX libri tertii.

In circulo angulus ad centrum positus duplo maior est angulo ad ambitum posito, si basis eorum idem arcus est.

Exemplificatio. Ad centrum circuli ABG angulus BDG positus est, et ad ambitum eius angulus BAG, et basis eorum idem arcus est, scilicet arcus BG. Dico, angulum BDG angulo BAG duplo maiorem esse.

Demonstratio. Lineam AD ad punctum E producimus. Quoniam centrum circuli est punctum D, duae lineae DA, DB ab eo ductae inter se aequales erunt, et ex I, 5 erit $\angle DAB = DBA$. Et quoniam angulus BDE extra triangulum ABD positus est, et summa duorum angulorum DAB, DBA angulo DAB duplo maior est, ex I, 32 angulus BDE duobus angulis DAB, DBA aequalis erit; quare angulus BDE duplo maior est angulo BAD. Et eadem ratione demonstrabitur, angulum GDE angulo GAD duplo maiorem esse. Totus igitur angulus BDG

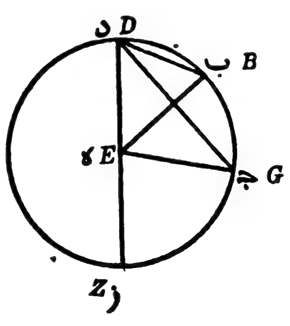


ضعف زاوية باد وبمثل هذا الاستشهاد يتبيّن ان زاوية جده
ضعف زاوية باد وبمثل هذا الاستشهاد يتبيّن ان زاوية جده
مثل ضِعف زاوية جاد فجميع زاوية بدج ضعف جميع زاوية باج
فقد ظهر انّ الزاوية التى على مركز كل دائرة ضِعف الزاوية التى
على محيطها اذا كانت قاعدتهما قوسًا واحدة وذلك ما اردنا ان
نبيّن ∴ قال ايرُن فان كان وضع الزاوية التى على المحيط مثل
[وضع] زاوية جاب وخط اد يتصل بخط دب على استقامة فظاهِرٌ ان
زاوية جدب ضعف زاوية جاب ∴ وان كان وضعُ الزاوية التى على
المحيط مثل وضع زاوية جدب على ان تقاطع خط جد خط هب فانّا
نخرج خط دهز فمن اجل انّ خط هد مساو لخط هب فانّ زاوية هدب
مساوية لزاوية هبد فزاوية بهز التى هى خارج مثلث هبد ضعف
زاوية هدب وايضا فانّ خط هد مساو لخط هج فزاوية هدج مساوية
لزاوية هجد فزاوية زهج ضعف زاوية هدج فاذا اسقطناهما بقيت
زاوية بهج ضعف زاوية بدج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

وقال ايرُن ايضًا امّا الشكل فقد تبيّن بكل وضعٍ وبُرهن على
كل عَملٍ وقد يبقى علينا ان نضع المقدّمة المقولةَ لَهُ ونُبرهنه
بُرهانًا عامًّا لانّه ان لم يبرهَنْ على ما سَنُبَرهِنه لم يُمكِنّا ان نُبرهِن
الشكل الذى بعدَهُ على كل وضعٍ لكن على ما وضعَهُ الرياضىُّ فقط
وذلك مُنكَرٌ لانّه قد يجبُ اِضطِرارًا ان تُصيّر المقدمةَ عامّةً وان
يُبَرهَنَ على كل وضعٍ وان تُحلّ عِنادُ المُعانِدِين ليلا يكون شىٌ
فى المساحَةِ غيرُ مُبرهَنٍ واذا وضعنا هذه المقدّمة وبيّنا الشكل
كان جميع ما فى الشكل بيّنًا واضحًا ولا يبقى للمُعاندين مَوضعُ

toto angulo BAG duplo maior erit. Ergo manifestum est, angulum ad centrum circuli positum angulo ad ambitum eius posito duplo maiorem esse, si basis eorum idem arcus sit. Q. n. e. d.

Hero dixit: Si positio anguli ad ambitum positi ea est, quam angulus GAB obtinet, linea AD cum linea DB in directum coniuncta, manifestum est, angulum GDB angulo GAB duplo maiorem esse.



Sin positio anguli ad ambitum positi ea est, quam obtinet angulus GDB, linea GD lineam EB secante, lineam DEZ ducimus. Quoniam igitur $ED = EB$, erit $\angle EDB = EBD$. Itaque angulus BEZ, qui extra triangulum EBD positus est, angulo EDB duplo maior erit. Rursus $ED = EG$; quare $\angle EDG = EGD$. Itaque angulus ZEG angulo EDG duplo maior erit. Quibus duobus subtractis relinquitur angulus BEG duplo maior angulo BDG. Q. n. e. d.

Rursus Hero dixit: Iam igitur haec propositio in omni positione demonstrata est, et demonstratio ad omnem constructionem adaptata est. Uerum tamen restat, ut propositionem praeuiam huc pertinentem exponamus et demonstratione ad omnes casus adcommodata ostendamus; nisi enim hoc ea ratione demonstratum erit, qua nos usuri sumus, fieri non potest, ut propositionem sequentem in omni[1]) positione demonstremus, sed in ea sola, quam geometra supposuit. Quod uituperandum[2]) est, quia necesse est, demonstrationem uniuersalem proponi et rem in omni positione ostendi, cauillationesque aduersariorum

---

[1]) Gher. Crem. (ed. Curtze p. 131): »secundum ceh (!) positionem«. »ceh« igitur »omnem« significat.

[2]) Gher. Crem. (l. l.): »possibile«. Aperte pro منكر legit ممكن.

عِنادٍ فيه اعنى فى الشكل الذى بعدَ هذا وهو الشكل العشرون والمقدمة التى يجب تقديمها والشكل الموضوع لها هو هذا الزاوية التى على مركز كل دائرة هى ضِعفُ الزاوية التى على محيطِها اذا كانت قاعدتُهما جميعًا قوسًا واحدةً والزوايا الباقية التى على المركز وهى تتمّةُ الاربع القوائم ضِعفُ الزاوية التى على المحيط فى القوس التى تُوتّر الزاوية التى على المركز فلتكن الزاوية التى على المركز زاوية جهب والتى على المحيط زاوية جاب ونُخرج خطى به جه على استقامتهما الى محيط الدائرة الى نقطتى حز ونخرج خطى جط طب وخط طه فاقول ان كل الزوايا التى تقع فى قوس باج حيث كان وقوعُها وقاعدة جميعها قوس بطج فان زاوية جهب ضِعفُ لكل واحدة منها وان مجموع زوايا بهز زهح حهج ضِعف زاوية بطج وضعفُ لكل واحدة مِن الزوايا التى تقع فى قوس بطج[1] ∴ 43 u.

برهانه انّ نقطة ه مركز الدائرة فخط هب مثل خط هط فزاوية هبط مساوية لزاوية هطب فزاوية حهط اذن الخارجة ضعف زاويةِ هطب وايضا خط هط مثل خط هج فزاوية هطج مثل زاوية هجط فزاوية زهط ضعف زاوية هطج فمجموع زاويتى حهط زهط ضعف زاوية بطج لكن زاوية جهب مساوية لزاوية حهز وذلك بيّن[2] ببرهان يه مِن ا فاذا اسقطنا زاوية جهب واخذنا بدلَها زاويةَ حهز بقيت زاويتا حهج زهب مع زاوية حهز ضِعفَ زاوية جطب وظاهِرٌ انّ زاوية بطج حيث فرضناها مِن قوس بطج فانّ زوايا جهح حهز زهب الثلث اذا

[1]) In margine: يعنى المركبة على القوس Significat angulos, qui super arcu constructi sunt.

[2]) In margine additum.

dissolui, ne quidquam sit in geometria, quod demonstratum non sit. Exposita uero hac propositione praeuia et demonstrata figura omnia, quae propositio continet, manifesta et certa sunt, nec aduersariis locus relinquitur cauillandi in propositione sequenti, quae est XX.

Praeuia igitur propositio, qua opus est, et figura ad eam pertinens haec est:

Angulus ad centrum circuli positus angulo ad ambitum eius posito duplo maior est, si basis eorum communis idem arcus est, et reliqui anguli ad centrum positi, qui quattuor rectos complent, duplo maiores sunt angulo ad ambitum posito in arcu, qui angulo ad centrum posito oppositus est.

Angulus ad centrum positus sit angulus GEB et angulus ad ambitum positus angulus GAB. Duabus lineis BE, GE in directum ad ambitum circuli ad duo puncta H, Z productis duas lineas $G\Theta$, ΘB et lineam ΘE[1]) ducimus.

Dico, omnibus angulis, qui quoquo modo in arcu BAG cadant, et quorum basis communis sit arcus $B\Theta G$, singulis duplo maiorem esse angulum GEB, et summam angulorum BEZ, ZEH, HEG duplo maiorem esse angulo $B\Theta G$ et omni angulo, qui in arcu $B\Theta G$ cadat, duplo maiorem.

Demonstratio. Punctum E centrum circuli est; itaque $EB = E\Theta$; quare $\angle EB\Theta = E\Theta B$. Angulus igitur $HE\Theta$ extrinsecus positus duplo maior est angulo $E\Theta B$. Rursus $E\Theta = EG$ et $\angle E\Theta G = EG\Theta$; itaque angulus $ZE\Theta$ angulo $E\Theta G$ duplo maior erit. Summa igitur duorum angulorum $HE\Theta$, $ZE\Theta$ angulo $B\Theta G$ duplo maior erit. Sed ex I, 15 erit $\angle GEB = HEZ$. [2])Iam si angulum GEB subtrahimus, et pro eo angulum HEZ ei aequalem adsumimus[2]), relinquuntur duo anguli HEG, ZEB cum angulo HEZ angulo $G\Theta B$ duplo maiores. Et manifestum est, sumpto

[1]) Gher. Crem. uerba quae sunt: »et lineam ΘE« omisit.

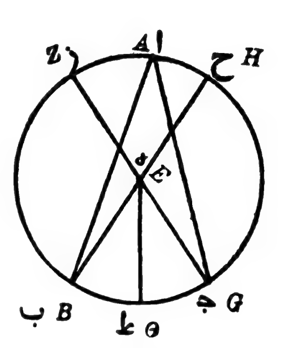
[2-2]) Haec uerba Gher. Crem. omisit.

جُمعت مساوية لضِعف زاوية بطج فكل الزوايا التى تقع اذن
فى قطعة قوس بطج متساوية وايضا فمن اجل ان زاوية باج
عُملت كيف وقعت وقد تبيّن ان الزاوية التى على المركز ضعفها
وهى زاوية بهج فانّ كل الزوايا التى فى القطعةِ الواحدةِ اعنى
المرسومة فى قوس اج متساوية لانه قد تبيّن انّ زاوية بهج ضِعف
كل واحدة منها وايضا فمِن اجل ان زاوية بطج فى قِطعَة بطج
وقد ظهرَ ان زوايا بهز زهح حهج اذا جُمعت ضعفُها فان الزوايا
كلها التى تُرسم فى قطعةِ بطج متساوية لانّ كل واحدة منها
نصفُ الزوايا المذكورة اذا جُمعت فقد تبيّن انّ كل الزوايا التى
تقع فى قطعة واحدة متساوية وهذا الذى كُنّا اردنا ان نبيّنهُ كُلّيًا
ولذلك جعلنا هذا الشكل ليتبيّن ما قاله الرياضىُّ بيانا كُلّيا
واذا قد تبين هذا فانّ الشكل الذى بعدَه يتبرهن مَعَهُ وذلك
بان نقول مِن اجل انّ زوايا بهز زهح حهج اذا جُمعت مساوية
لضِعفِ زاوية بطج وزاوية بهج ضِعفُ زاوية باج فمجموع الاربع
الزوايا اعنى زوايا بهج بهز زهح حهج مساوية لِضعف زاويتى بطج
باج لكنّ الاربع الزوايا مُعادلات لاربع زوايا قائمةٍ وذلك بيّن
ببرهان يه مِن ا فمجموع زاويتى بطج باج اذن مثل مجموع
زاويتين قائمتين فاذن السطوح ذوات الاربعة الاضلاع التى فى كل
دائرة فانّ كلّ زاويتين تتقابلان مساويتان لزاويتين قائمتين ∴
قال النريزى هذا البرهان والذى قبله ثلثةُ اشكالٍ الشكل التاسع
عشر والعشرون والواحد والعشرون ∴

angulo $B\Theta G$ arcus $B\Theta G$ tres angulos GEH, HEZ, ZEB coniunctos duplo maiores esse angulo $B\Theta G$. Ergo omnes anguli, qui in segmento arcus $B\Theta G$ cadunt, inter se aequales sunt.

Rursus quoniam angulus BAG quolibet modo constructus est, et iam demonstratum est, angulum ad centrum positum, scilicet angulum BEG, duplo maiorem eo esse. omnes anguli in eodem segmento positi, eo scilicet, quod in arcu BG descriptum est, inter se aequales sunt, quoniam demonstratum est, angulum BEG quouis eorum duplo maiorem esse.

Praeterea, quoniam angulus $B\Theta G$ in segmento $B\Theta G$ positus est, et manifestum est, angulos BEZ, ZEH, HEG coniunctos duplo maiores eo esse, omnes anguli in segmento $B\Theta G$ descripti inter se aequales sunt, quia singuli dimidia sunt angulorum coniunctorum, quos nominauimus. Ergo demonstratum est, omnes angulos in eodem segmento positos inter se aequales esse.



Et hoc est, quod uoluimus, demonstrationem eius rei uniuersalem esse; quare hanc propositionem exposuimus, ut demonstratione uniuersali ostenderetur, quod dixit geometra. Quo demonstrato propositio sequens simul demonstrata est, si ita ratiocinamur: Quoniam anguli BEZ, ZEH, HEG coniuncti angulo $B\Theta G$ duplo maiores sunt, et angulus BEG angulo BAG duplo maior est, summa quattuor angulorum BEG, BEZ, ZEH, HEG duobus angulis $B\Theta G$, BAG duplo maior est. Sed quattuor illi anguli ex I, 15 quattuor rectis aequales sunt; itaque summa duorum angulorum $B\Theta G$, BAG summae duorum rectorum aequalis est. Ergo quadrilaterorum in circulo positorum duo anguli oppositi duobus rectis aequales sunt.

Al-Narizi dixit: Haec demonstratio cum praecedenti trium propositionum demonstrationes continet, XIX, XX, XXI.

الشكل العشرون مِن المقالة الثالثة

الزوايا التى فى قطعة واحدة مِن دائرة فهى متساوية اذا كان يوتّرها قوس واحدة مثاله ان دائرة ابجد فى قطعة منها وهى قطعة جابد زاويتى جاد جبد على قاعدة واحدة وهى قوس جد فاقول انهما متساويتان برهانه انا نستخرج مركز الدائرة وليكن نقطة ه ونُخرج خطى هج هد فبحسب برهان يط مِن ج فان زاوية جهد ضعفُ لكل واحدة مِن زاويتى جاد جبد والاشياء التى هى نصف لشى واحد فانّ الاشياء متساوية فزاوية جاد اذن مساوية لزاوية جبد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال ايرُن وقد يمكن ان نبرهن هذا الشكل برهانا عامّا بالشكل الذى قدّمناه

44 r.

الشكل الواحد والعشرون مِن المقالة الثالثة

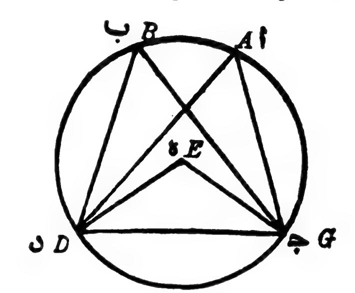
كل دائرة يقع فيها سطح ذو اربعة اضلاع فكل زاويتين تتقابلان منه فهما مساويتان لزاويتين قائمتين مثاله انّ فى دائرة ابجد سطح ابجد فاقول ان كل زاويتين تتقابلان منه فهما مساويتان لزاويتين قائمتين برهانه انا نُخرج خطى اج دب فمِن اجل انّ زاويتى باج بدج فى قطعة واحدة وهى قطعة بادج وعلى قوس واحدة وهى قوس بج فببرهان ك مِن ج تكون زاوية باج مساويةً لزاوية بدج وايضًا فان زاويتى ادب اجب فى قطعَة واحدة

Propositio XX libri tertii.

Anguli in eodem segmento circuli positi inter se aequales sunt, si idem arcus iis oppositus est.

Exemplificatio. In segmento $GABD$ circuli $ABGD$ duo anguli GAD, GBD in eadem basi, scilicet arcu GD, positi sunt. Dico, eos inter se aequales esse.

Demonstratio. Centrum circuli sumimus, quod sit punctum E, et duas lineas EG, ED ducimus. Ex III, 19 igitur angulus GED duplo maior est utrouis duorum angulorum GAD, GBD. Quae autem eiusdem rei dimidia sunt, inter se aequalia sunt. Ergo $\angle GAD = GBD$. Q. n. e. d.



Hero dixit[1]): Haec propositio demonstrari potest demonstratione propositionem, quae praecedit, amplectenti.

Propositio XXI libri tertii.

In spatio quattuor laterum in circulo posito duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales sunt.

Exemplificatio. In circulo $ABGD$ comprehenditur spatium $ABGD$. Dico, duos angulos eius oppositos duobus rectis aequales esse.

Demonstratio. Duas lineas AG, DB ducimus. Quoniam duo anguli BAG, BDG in eodem segmento $BADG$ et in eodem arcu BG positi sunt, ex III, 20 erit $\angle BAG = BDG$. Rursus, quoniam duo anguli ADB, AGB in eodem segmento et in eodem

---

[1]) Apud Gher. Crem. in editione Maximiliani Curtze haec nota Heronis deest; est autem in cod. Regin. 1268, ubi A. A. Bjørnbo haec legit: »De figura 20a dixit Irinus: hec figura est secundum quod posuit et probatur cum figura que eam procedit.«

وعلى قوس واحدة فزاويتا ادب اجب متساويتان[1] فمجموع زاويتى باج اجب مثل زاوية ادج وناخذ زاوية ابج مشتركةً فزوايا باج بجا ابج مساوية لزاويتى ابج ادج وبحسب برهان لب مِن ا تكون زوايا باج اجب ابج مساوية لزاويتين قائمتين فزاويتا ادج ابج المتقابلتان اذن مساويتان لزاويتين قائمتين وعلى هذا المثال يتبيّن ان مجموع زاويتى باد بجد مساو لزاويتين قائمتين فكل سطح ذو اربعة اضلاع يقع فى دائرة فان كل زاويتين مِن زوايا متقابلتين تساويان زاويتين قائمتين وذلك ما اردنا ان نبيّن قال ايرُن وهذا الشكل يتبرهن ايضا بالشكل الذى قدّمناه ∴

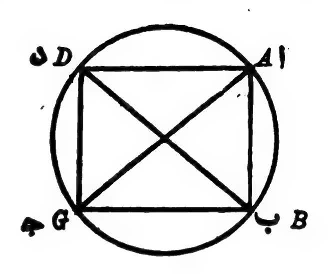
الشكل الثانى والعشرون مِن المقالة الثالثة

لا يمكن ان يقوم على خط واحد مستقيم قطعتان متشابهتان مِن دائرتين احد هما اعظم مِن الاخرى فان امكن ان تقوم فلنُنزل انهما قطعتا اجب ادب والعُظمى منهما قطعة ادب ونخرج خط اج وننفذه على الاستقامة الى نقطة د ونخرج خطى بج بد فمن اجل ان قطعة اجب تُشبِهُ قطِعَةَ ادب فانّ زاوية اجب مساوية لزاوية ادب لان القسىّ المتشابهة تقبل زوايا متساوية ولان زاوية اجب خارج مثلث جبد فبحسب برهان ١٩ مِن ا تكون زاوية اجب اعظم مِن زاوية ادب فزاوية اجب مساوية لزاوية ادب وهى ايضا اعظم منها هذا خلفٌ غيرُ مُمكن فليس يقوم اِذن على خط واحد

---

[1]) In cod.: مساويتان

arcu positi sunt, anguli *ADB*, *AGB* inter se aequales sunt. Itaque summa duorum angulorum *BAG*, *AGB* angulo *ADG* aequalis est. Angulo igitur *ABG* communi sumpto anguli *BAG*, *BGA*, *ABG* duobus angulis *ABG*, *ADG* aequales sunt. Uerum ex I, 32 anguli *BAG*, *AGB*, *ABG* duobus rectis aequales erunt; itaque duo anguli *ADG*, *ABG* oppositi duobus rectis aequales erunt. Eodem modo demonstramus, summam duorum angulorum *BAD*, *BGD* duobus rectis aequalem esse. Ergo in spatio quattuor laterum in circulo posito duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales sunt. Q. n. e. d.

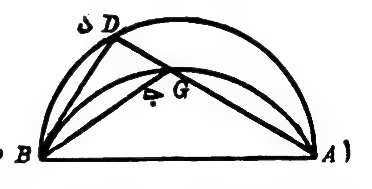


Hero dixit[1]: Haec quoque propositio per propositionem praecedentem demonstratur.

Propositio XXII libri tertii.

Fieri non potest, ut in eadem linea recta duo segmenta duorum circulorum inter se similia posita sint, quorum alterum altero maius sit.

Nam si fieri potest, ut ita posita sint, supponamus, ea esse segmenta *AGB*, *ADB*, quorum segmentum *ADB* maius sit. Linea *AG* ducta et in directum ad punctum *D* producta duas lineas *BG*, *BD* ducimus. Iam quoniam segmentum *AGB* segmento *ADB* simile est, angulus *AGB* angulo *ADB* aequalis erit, quoniam arcus inter se similes angulis inter se aequalibus oppositi sunt. Et quoniam angulus *AGB* extra triangulum *GBD* positus est, ex I, 16 erit $\angle AGB > ADB$. Erat autem angulus *AGB* angulo *ADB* aequalis; et rursus eo



[1]) Apud Gher. Crem. haec nota deest.

قطعتان متشابهتان[1] مِن دائرتين احدهما اعظم مِن الاخرى وذلك ما اردنا ان نبيّن[2] ∴

الشكل الثالث والعشرون مِن المقالة الثالثة

قطَعُ الدوائر المتشابهةُ اذا كانت على خطوطٍ مستقيمةٍ متساويةٍ فانها متساويةٌ مثالهُ ان قطعتى ابج دهز متشابهتان وهما على خطى اج دز المتساويين فاقول ان القطعتين متساويتان برهانه انا اذا ركبنا قطعةَ ابج على قِطعَةِ دهز نركّب خط اج على خط دز ولم يَفضُل احدُهما على الاخر لانّهما متساويان وتركبت قطعة ابج على قِطعَة دهز ولم تفضل ايضا احدهما على الأُخرى لانهما متشابهتان فان فضلت وقعت قوس ابج خارج قوس دهز او داخلها فلنُنزل انّها وقعت اوّلا خارجًا كقوس دحز فقِطعَةُ دحز تُشبِهُ قِطعَةَ دهز وقد تبيّن ببرهان كب مِن ج انه لا يُمكن ان يقوم على خط واحد مستقيم قِطعتان متشابهتان مِن دائرتين احدهما اعظم مِن الاخرى فقطعة دحز اعظم مِن قطعة دهز وهى شبيهة بها هذا

---

[1]) In margine est: قال الشيخ حد القطعتين المتشابهتين ان تكون الزوايا المركبة عليهما متساوية وان شئت قلت هى التى نسبتها الى دوائرها نسبة واحدة وليس المتشابهة كالمتساوى منهما فرقٌ كما ذكرناه ∴

Uir doctissimus dixit: Definitio segmentorum similium ea est, ut anguli in iis positi inter se aequales sint; et, si placet, ea dici possunt, quorum ad circulos suos ratio eadem sit. Sed similia ea esse aliud est atque aequalia ea esse; interest enim, sicut commemorauimus.

maior est. Quod absurdum est neque fieri potest. Ergo in eadem linea [recta] duo segmenta duorum circulorum inter se similia[1]) posita non sunt, quorum alterum altero maius est. Q. n. e. d.[2])

Propositio XXIII libri tertii.

Segmenta circulorum inter se similia, si in rectis lineis inter se aequalibus posita sunt, inter se aequalia sunt.

Exemplificatio. Duo segmenta ABG, DEZ inter se similia in duabus lineis [rectis] AG, DZ inter se aequalibus posita sunt. Dico, duo segmenta inter se aequalia esse.

Demonstratio. Segmento ABG ad segmentum DEZ adplicato lineam AG ad lineam DZ adplicamus; neque altera alteram excedet, quoniam inter se aequales sunt. Et segmentum ABG cum segmento DEZ concidet, nec alterum alterum excedet, quoniam inter se similia sunt. Nam si excedet, arcus ABG aut extra arcum DEZ cadet aut intra eum. Prius supponamus, eum cadere extra arcum ut DHZ, ita ut segmentum DHZ segmento DEZ simile sit. Iam in III, 22 demonstratum est, fieri non posse, ut in eadem linea recta duo segmenta duorum circu-

---

[2]) In margine est: قال النريزى فان قال قائل انه يقوم فى جهتين مختلفتين فان كانت قطعة ادب الاعظم فى الجهة الاخرى من خط اب فانا متى اقمنا على خط اب فى جهة قطعة اجب قطعة مساوية لقطعة ادب فضلت على قطعة اجب وصار وضعها هذا الوضع الذى هى عليه فيعود البرهان الى الذى برهن الرياضى.·.

Al-Narizi dixit: Si quis dixerit, ex duabus partibus diuersis ea posita esse posse, segmentum ADB maius ex altera parte lineae AB positum sit. Iam si in linea AB ex parte segmenti ABG segmentum segmento ADB aequale erigimus, segmentum AGB excedet, et positio eius eadem erit, quae in figura. Quare demonstratio ad id reuertetur, quod geometra demonstrauit.*)

*) Ex hac nota sequitur, Arabem uerba ἐπὶ τά αὐτὰ μέρη p. 224, 8 non habuisse (om. V m. 1)

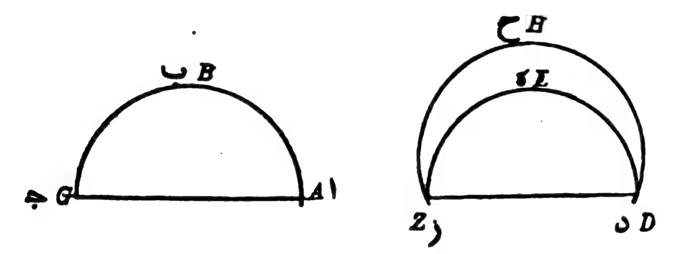
خلف غير ممكن فقطعة ابج اذن مساوية لقطعة دهز و كذلك
يتبين لو وقعت قوس دحز داخل قوس دهز فالقطوع المتشابهة اذا
كانت على خطوط مستقيمة متساوية فان القطوع متساوية وذلك
ما اردنا ان نبيّن ∴

44 u.

الشكل الرابع والعشرون مِن المقالة الثالثة

اذا كانت قِطعَةٌ مِن دائرةٍ معلومةً فاردنا ان نبيّن كيف
نُتِمُّ الدائرةَ التى القِطعَة منها نِصف دائرة كانت او اعظمَ او اصغرَ
فانا ننزل اوّلا انّ القِطعَة المفروضة التى عليها ابج نِصف دائرة
ونُبيّن كيف نُتمُّ دائرتها فلتكن القِطعَةُ على ما فى الصورة الاولى
فمِن اجل انّ قطعَة باج نِصف دائرةٍ فِانّ خط جدب قطرُ الدائرة
التى قطعة باج نصفها فمِن الظاهر ان مركز الدائرة على مُنصّفِ
خط بج اذا كانت الخطوط التى تخرج مِن المركز الى المحيط متساويةً
فنقسم خط جب بنصفين على نقطة د كما بُيّن ببرهان ي مِن ا
فعلى مركز د وببعد دج ودب نُتمّ دائرة ابج ∴ ثمّ ننزل انّ القطعة
التى عليها باج مِن الصورة الثانية اعظم مِن نصفِ دائرةٍ ونبيّن
كيف نُتمّ دائرتَها فنقسِم خط بج بنصفين كما بيّن ببرهان
ي مِن ا على نقطة د ونُخرج مِن نقطة د خط دا عمودًا على خط
بج كما بيّن ببرهان يا مِن ا فمِن اجل انّ قطعة باج اعظم مِن
نصفِ دائرةٍ فانّ مركز الدائرة اذن يقع فيها ومِن اجل انّ خط
بج فى دائرة باج وقد قُسم على نقطة د بنصفين واخرج عمود

lorum inter se similia posita sint, quorum alterum altero maius sit. Uerum segmentum DHZ segmento DEZ maius est, quod ei



simile est. Quod absurdum est neque fieri potest. Itaque segmentum ABG segmento DEZ aequale est. Eodem modo demonstratio fit, si arcus DHZ intra arcum DEZ cadit.

Ergo segmenta inter se similia, si in rectis lineis inter se aequalibus posita sunt, inter se aequalia sunt. Q. n. e. d.

Propositio XXIV libri tertii.

Segmento circuli dato demonstrare uolumus, quo modo circulum suppleamus, cuius segmentum sit, siue semicirculus est siue maius siue minus.

Primum supponimus, segmentum datum ABG semicirculum esse, et demonstrare uolumus, quo modo circulum eius suppleamus.

Segmentum ita sit ut in figura prima.

Quoniam segmentum BAG semicirculus est, linea GDB diametrus est circuli, cuius dimidia pars est segmentum BAG. Manifestum est, centrum circuli esse in media linea BG, quia lineae a centro ad ambitum ductae inter se aequales sunt.

Itaque linea GB ex I, 10 in puncto D in duas partes aequales diuisa centro D et radio DG uel DB circulum ABG supplemus.

Deinde supponimus, segmentum BAG, ut est in figura secunda, semicirculo maius esse, et demonstrare uolumus, quo modo circulum eius suppleamus.

Linea BG ex I, 10 in puncto D in duas partes aequales

دا فظاهر بحسب برهان ٣ مِن ٣ انّ مركز الدائرة على خط دا[1]
فلان خط دا يمرّ بالمركز فهو اطولُ الخطوطِ كُلّها التى تخرج مِن
نقطة د الى محيط قطعة باج وذلك بيّن ببرهان ز مِن ج فخط دا
اعظم مِن خط دب ونُخرج خط با فبحسب برهان يح مِن ا فان
زاوية ابد اعظم مِن زاوية باد فنعمل على[2] نقطة ب مِن خط اب
زاويةً مثل زاوية باد كما بيّن عمله ببرهان كج مِن ا ولتكن زاوية
ابه ونخرج خطى به جه فمِن اجل ان زاوية باه مساوية لزاوية
ابه فان بحسب برهان و مِن ا يكون ضلع اه مساويا لضلع به
ومِن اجل انّ زاوية بده مساوية لزاوية جده و خط بد مثل خط
دج فاذا اخذنا ده مشتركًا يكون خطا بد ده مساويين لخطى
جد ده والزاويتان اللتان عند د متساويتان فبحسب برهان د مِن
ا يكون خط به مساويا لخط جه وقد بيّنا انّ خطّ اه مثل خط هب
فنقطة ه فى قطعة دائرة باج وقد خرج منها اكثر مِن خطين
وصارت متساويةً فبحسب برهان ط مِن ج تكون نقطة ه مركزًا
لدائرة باج فعلىٰ نقطة ه وببُعدِ ها نُتمّ الدائرةَ ∴ ثُمّ نُنزل ان
القطعة على ما فى الصورة الثالثة اصغرُ مِن نصف دائرة وهى قطعة
باج ونقسم خط بج بنصفين على نقطة د ونُقيم على نقطة د
عمود دا وننفِذه الى قوس باج فمن اجل ان خط بج وتر لقوس
باج وقد قُسم بنصفين على نقطة د وأُخرج عمود دا فظاهرٌ
ببرهان ج مِن ج ان خط اد تمام القطر وبحسب برهان ز مِن

---

[1]) In margine clarius scriptum.

[2]) In margine additum.

diuisa a puncto D ex I, 11 lineam DA ad lineam BG perpendicularem ducimus. Quoniam igitur segmentum BAG semicirculo maius est, centrum circuli in eo cadet. Et quoniam linea BG in circulo BAG posita in puncto D in duas partes aequales diuisa est, et DA perpendicularis ducta est, ex III, 3 manifestum est, centrum circuli in linea DA esse. Quoniam igitur linea DA in centrum cadit, ex III, 7 maxima est omnium linearum, quae a puncto D ad ambitum segmenti BAG ducuntur. Itaque linea DA linea DB maior erit. Quare ducta linea BA ex I, 18 angulus ABD angulo BAD maior erit. Ad punctum B lineae AB ex I, 23 angulum ABE angulo BAD aequalem construimus et duas lineas BE, GE ducimus. Quoniam igitur $\angle BAE = ABE$, ex I, 6 latus AE lateri BE aequale erit. Et quoniam $\angle BDE = GDE$ et $BD = DG$, [linea] DE communi sumpta duae lineae BD, DE duabus lineis GD, DE aequales erunt. Et duo anguli ad D positi inter se aequales sunt; itaque ex I, 4 linea BE lineae GE aequalis erit. Sed iam demonstrauimus, [lineam] AE lineae EB aequalem ductam esse; itaque in segmento circuli BAG positum est punctum E, a quo plures quam duae lineae ita ductae sunt, ut inter se aequales fiant. Itaque ex III, 9 punctum E centrum est circuli BAG, et a puncto E radio EA circulum supplemus.

Deinde segmentum circuli supponimus, sicut est in figura tertia, scilicet segmentum BAG semicirculo minus esse. Linea BG in puncto D in duas partes aequales diuisa in puncto D perpendicularis DA erigitur, quam ad arcum BAG producimus. Quoniam linea BG chorda est arcus BAG et in puncto D in duas partes aequales diuisa est, et DA perpendicularis ducta est, ex III, 3 manifestum est, lineam AD esse supplementum diametri, et ex III, 7 linea DA linea DB minor est. Lineam AB ducimus. Ex I, 18 igitur angulus BAD angulo ABD maior est. Iam ad punctum B lineae AB angulum angulo BAD aequalem construimus, sitque angulus ABE. Lineam AD producimus, ita ut cum linea BE in puncto E cconurrat, et lineam EG ducimus.

ج فان خط دا اصغر مِن خط دب فنخرج خط اب فبحسب برهان
يح مِن ا فان زاوية باد اعظم مِن زاوية ابد فنعمل على نقطة ب
مِن خط اب زاويةً مساويةً لزاوية باد ولتكن زاوية ابه ونُخرج
خط اد يلقى خط به على نقطة ه ونُخرج خط هج فلان زاوية ا
مساوية لزاوية ب فان خط ها مساو لخط هب وبمثل ما بيّنا نبيّن
ان خط هج مساو لخط هب فالخطوط الثلثة متساوية هج(ه) هب ها فعلى
نقطة ه وببعد ها نتمّ الدائرة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ هذا الشكل
اخّره ايرُن وجعله الشكل الواحدَ والثلثين لانه تصدّ للبرهان
عليه فى صورةٍ واحدةٍ ∴[1]

45 r.

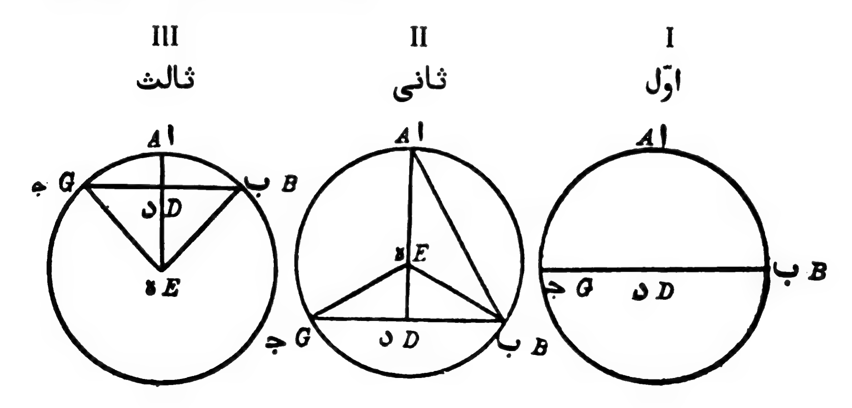
الشكل الخامس والعشرون مِن المقالة الثالثة

الزوايا المتساوية التى فى الدوائر المتساوية فانها على قسى
متساوية على المحيطات كانت او على المراكز مثاله ان دائرتى ابج
دهز متساويتان ومركزاهما نقطتا حط وعليهما زاويتا بحج هطز
فاقول ان قوس بج مساوية لقوس هز برهانه انا نفرض على قوسى
باج هدز نقطتين كيف ما وقعتا فننزل انّهما نقطتا ا د ونُخرج
خطوط اب اج ده دز بج هز فمن اجل ان خطى بح حج مثل

[1]) In margine atramento rubro: لان بد مثل دج وده مشترك فضلعا بد ده مثل ضلعى جد ده وزاوية بده مثل زاوية جده فقاعدة هب مثل قاعدة جه ع

Quoniam $BD = DG$ et DE communis, duo latera BD, DE duobus lateribus GD, DE aequalia erunt, et $\angle BDE = GDE$. Itaque basis EB basi GE aequales erit.

Quoniam igitur angulus A angulo B aequalis est, linea EA lineae EB aequalis erit. Et eadem demonstratione qua antea demonstrabimus, lineam EG lineae EB aequalem esse. Itaque tres lineae EG, EB, EA inter se aequales sunt. Ergo ex puncto E radio EA circulum supplemus. Q. n. e. d.



Hanc propositionem postposuit Hero eamque propositionem XXXI fecit,[1]) quia ei propositum erat eam una figura demonstrare.[1])

Propositio XXV libri tertii.

Anguli inter se aequales in circulis inter se aequalibus in arcubus inter se aequalibus positi sunt, siue ad ambitus siue ad centra positi sunt.

Exemplificatio. Duo circuli ABG, DEZ inter se aequales sunt, et centra eorum sunt duo puncta H, Θ, et in iis positi sunt duo anguli BHG, $E\Theta Z$. Dico, arcum BG arcui EZ aequalem esse.

Demonstratio. In arcubus BAG, EDZ duo quaelibet puncta sumimus, eaque supponimus duo puncta A, D esse. Lineas AB, AG, DE, DZ, BG, EZ ducimus. Quoniam igitur duae lineae BH, HG duabus lineis $E\Theta$, ΘZ aequales sunt, et

---

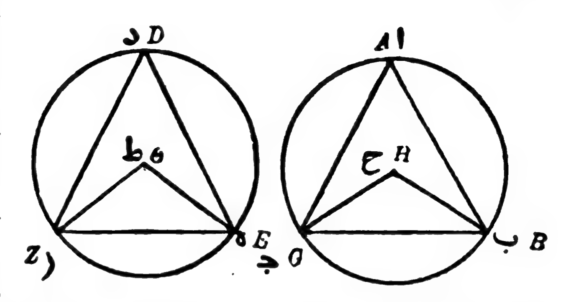
[1]-[1]) Haec uerba apud Gherardum Cremonensem (p. 134, 18) desunt.

خطى هط طز وزاوية بحج مساوية لزاوية هطز فبحسب برهان ۴ من ا تكون قاعدة بج مثل قاعدة هز ومن اجل ان زاويتى بحج هطز على المركزين وزاويتى باج هدز على المحيطين فبحسب برهان يط من ج تكون زاوية بحج ضعف زاوية باج وزاوية هطز ضعف زاوية هدز فزاوية باج اذن مساوية لزاوية هدز فقطعة باج تشبه قطعة هدز وهما من دائرتين متساويتين فمن اجل ان خطى بج هز متساويان وعليهما قطعتا باج هدز المتشابهتان فبحسب برهان كج من ج تكون قطعة باج مساوية لقطعة هدز وفرضنا دائرة باج مساويةً لدائرة هدز واذا اسقطنا من المتساوية متساويةً فان الباقى يكون متساويًا فقوس بج مساوية لقوس هز فقد ظهر ان الزوايا المتساوية اذا كانت فى الدوائر المتساوية على المراكز كانت او على المحيطات فانها على قسىّ متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السادس والعشرون من المقالة الثالثة

اذا كانت فى دوائر متساوية زوايا على قسى متساويةٍ فالزوايا متساويةٌ على المراكز كانت او على المحيطات مثاله ان دائرتى ابج دهز متساويتان وقوسى بج هز متساويتان والمركزان نقطتا طح وعليهما زاويتا بطج هحز توترهما قوسا بج هز المتساويتان فاقول ان زاوية بطج مساوية لزاوية هحز لا يمكن الا ذلك فان امكن فلتكن زاوية بطج اصغرَ من زاوية هحز ونعمل على نقطة ح من

$\angle BHG = E\Theta Z$, ex I, 4 basis BG basi EZ aequalis est. Et quoniam duo anguli BHG, $E\Theta Z$ ad duo centra positi sunt et duo anguli BAG, EDZ ad duos ambitus, ex III, 19 angulus BHG angulo BAG et angulus $E\Theta Z$ angulo EDZ duplo maior est; quare $\angle BAG = EDZ$. Uerum segmentum BAG segmento EDZ simile est,



quoniam utrumque duorum circulorum inter se aequalium sunt. Et quoniam duae lineae BG, EZ inter se aequales sunt, et in iis posita sunt duo segmenta BAG, EDZ inter se similia, ex III, 23 segmentum BAG segmento EDZ aequale erit. Supposuimus autem, circulum BAG circulo EDZ aequalem esse. Subtractis igitur magnitudiuibus inter se aequalibus a magnitudiuibus inter se aequalibus, quae relinquuntur aequalia sunt. Itaque arcus BG arcui EZ aequalis est.

Ergo manifestum est, angulos inter se aequales in circulis inter se aequalibus, siue ad centra siue ad ambitus positi sint, in arcubus inter se aequalibus positos esse. Q. n. e. d.

Propositio XXVI libri tertii.

Si in circulis inter se aequalibus anguli in arcubus inter se aequalibus positi sunt, anguli inter se aequales erunt, siue ad centra siue ad ambitus positi sunt.

Exemplificatio. Duo circuli ABG, DEZ inter se aequales sunt, et duo arcus BG, EZ inter se aequales, et centra sunt duo puncta ΘH, et ad ea sunt duo anguli $B\Theta G$, EHZ, quibus duo arcus inter se aequales BG, EZ oppositi sunt. Dico, angulum $B\Theta G$ angulo EHZ aequalem esse.

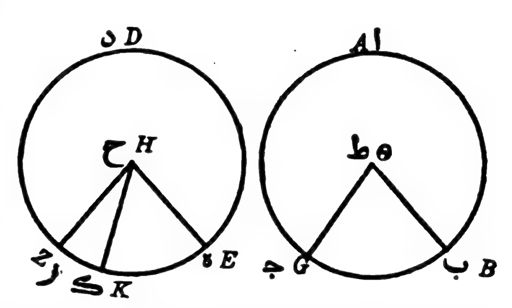
Nihil aliud fieri potest. Nam si fieri potest, angulus $B\Theta G$ angulo EHZ minor sit. Ad punctum H lineae EH ex I, 23 an-

خط هح زاوية هحك مساوية لزاوية بطج كما بُيّن عملُها ببرهان
كج مِن ا فمِن اجل انّ دائرتى ابج دهز متساويتان وعلى مركزيهما
زاويتا بطج هحك المتساويتان فبحسب برهان كه مِن ج تكون
قوس بج مساويةً لقوس هك لكنا فرضنا قوس بج مساويةً لقوس
هز فقوس هز اذن مساويةٌ لقوس هك العُظمى مثل الصغرى
هذا خلفٌ غير ممكن فليسَت اذًا زاوية بطج باصغر مِن
زاوية هحز ولا هى ايضا اعظم منها فهى اذن مثلها وذلك ما اردنا
ان نبيّن ∴

الشكل السابع والعشرون مِن المقالة الثالثة

الاوتار المتساوية فى الدوائر المتساوية تفصِل قيسًا متساويةً
والوترُ الاعظم يفصِلُ قوسًا اعظم مثاله ان دائرتى ابج دهز متساويتان
وفيهما وترا بج هز متساويان فاقول ان قوسى بج هز متساويتان
برهانه انا نستخرج المركزين وليكونا نقطتى طح ونخرج منهما
خطوط طب طج حه حز فمن اجل ان دائرتى باج هدز متساويتان
فانّ خطى بط طج مساويان لخطى هح حز وخط بج فُرض مساويًا
لخط هز فبحسب برهان ح مِن ا تكون زاوية بطج مساويةً لزاوية
هحز فمِن اجل ان دائرتى ابج دهز متساويتان وعلى مركزيهما 45 u.
زاويتا بطج هحز المتساويتان فانه بحسب برهان كه مِن ٣ تكون
قوس بج مساويةً لقوس هز واذا اُسقِطَ مِن الدوائر المتساويةِ قِطَعٌ
متساوية فان القطع الباقية تكون متساويةً فقوس باج ايضا مساويةٌ

gulum *EHK* angulo *BΘG* aequalem construimus. Iam quoniam duo circuli *ABG*, *DEZ* inter se aequales sunt et ad contra eorum positi sunt duo anguli *BΘG*, *EHK* inter se aequales, ex III, 25 arcus *BG* arcui *EK* aequalis erit. Sed supposuimus, arcum *BG* arcui *EZ* aequalem esse. Itaque arcus *EZ* arcui *EK* aequalis erit, maior minori. Quod absurdum est neque fieri potest. Itaque angulus *BΘG* neque minor est angulo *EHZ* neque maior; ergo ei aequalis erit. Q. n. e. d.

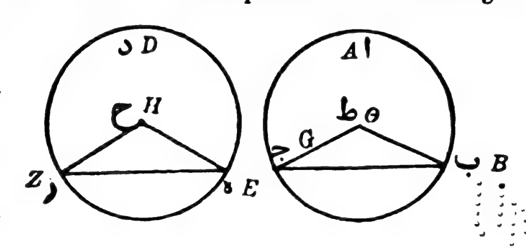


Propositio XXVII libri tertii.

In circulis inter se aequalibus chordae inter se aequales arcus inter se aequales abscindunt, et chorda maior arcum maiorem abscindit.

Exemplificatio. In duobus circulis *ABG*, *DEZ* inter se aequalibus duae chordae *BG*, *EZ* inter se aequales sunt. Dico, duos arcus *BG*, *EZ* inter se aequales esse.

Demonstratio. Duo centra sumimus, quae sint duo puncta *Θ*, *H*, et ab iis lineas *ΘB*, *ΘG*, *HE*, *HZ* ducimus. Quoniam duo circuli *BAG*, *EDZ* inter se aequales sunt, duae lineae *BΘ*, *ΘG* duabus lineis *EH*, *HZ* aequales sunt. Linea antem *BG* lineae *EZ* aequalis data est; itaque ex I, 8 angulus *BΘG* angulo *EHZ* aequalis erit. Et quoniam duo circuli *ABG*, *DEZ* inter se aequales sunt, et ad eorum centra positi sunt duo anguli inter se aequales *BΘG*, *EHZ*, ex III, 25 arcus *BG* arcui *EZ* aequalis erit. Et segmentis inter se aequalibus a circulis inter



لقوس هدز فقد تبيّن ان الاوتار المتساوية فى الدوائر المتساوية تفصل قسيًا متساوية وذلك ما اردنا ان نبيّن

الشكل الثامن والعشرون مِن المقالة الثالثة

القسى المتساوية مِن الدوائر المتساوية تفصِلُها اوتارٌ متساويةٌ مثالة ان دائرتى ابج دهز متساويتان ونفصل منهما قوسَى بج هز متساويتين فاقول ان وتريهما متساويان برهانه انا نستخرج مركزى الدائرتين وليكونا نقطتى طح ونخرج خطوط طب طج حه حز ووترى بج هز فمِن اجل انّ دائرتى ابج دهز متساويتان وقد فصل منهما قوسا بج هز المتساويتان فبحسب برهان كو مِن ج تكون زاوية بطج مساوية لزاوية هحز وايضا فمن اجل ان دائرتى ابج دهز متساويتان وقد خرج مِن المركزين الى المحيط خطوطٌ فهى اذن متساوية فخطا طب طج مساويان لخطى حه حز وزاويةُ ط مساوية لزاوية ح فبحسب برهان ک مِن ا[1] تكون قاعدة بج مساوية لقاعدة هز فقد تبيّن ان القسى المتساوية مِن الدوائر المتساوية تفصِلها اوتارٌ متساويةٌ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل التاسع والعشرون مِن المقالة الثالثة

نُريد ان نُبيّن كيف نقسم قوسًا مفروضةً بنصفين فننزل انها قوس باج فنخرج وترها وهو خط بج ونقسمه بنصفين على نقطة د ونقيم على نقطة د خطًا على زاوية قائمة ونُنفذه الى قوس باج

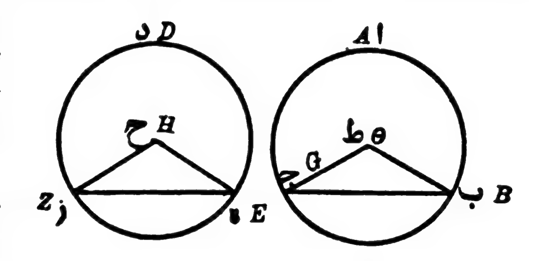
se aequalibus subtractis segmenta, quae relinquuntur, inter se aequalia erunt. Quare etiam arcus *BAG* arcui *EDZ* aequalis erit. Ergo demonstratum est, chordas inter se aequales in circulis inter se aequalibus arcus inter se aequales abscindere. Q. n. e. d.

Propositio XXVIII libri tertii.

Arcus inter se aequales circulorum inter se aequalium chordae inter se aequales abscindunt.

Exemplificatio. A duobus circulis *ABG*, *EDZ* inter se aequalibus duos arcus *BG*, *EZ* inter se aequales abscindimus. Dico, chordas eorum inter se aequales esse.

Demonstratio. Duo centra duorum circulorum sumimus, quae duo puncto *Θ*, *H* sint, lineasque *ΘB*, *ΘG*, *HE*, *HZ* et duas chordas *BG*, *EZ* ducimus. Quoniam duo circuli *ABG*, *DEZ* inter se aequales sunt, et ab iis duo arcus *GB*, *EZ* inter se aequales abscisi sunt, ex III, 26 angulus *BΘG* angulo *EHZ* aequalis erit. Rursus quoniam duo circuli *ABG*, *DEZ* inter se aequales sunt, lineae a duobus centris ad ambitum ductae inter se aequales erunt; duae igitur lineae *ΘB*, *ΘG* duabus lineis *HE* *EZ* aequales sunt, et angulus *Θ* angulo *H* aequalis erit; itaque ex I, 20[1]) basis *BG* basi *EZ* aequalis erit. Ergo iam demonstratum est, arcus inter se aequales circulorum inter se aequalium chordas inter se aequales abscindere. Q. n. e. d.



Propositio XXIX libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo datum arcum in duas partes aequales diuidamus.

---

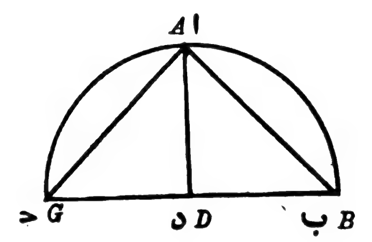
[1]) Sic a librario correctum pro: ٢٦ من ج (III, 26). Scr. I, 4.

وليكن خط اد ونخرج خطى اب اج فمن اجل ان خط بد فصلناه مثل خط دج وناخذ خط دا مشتركًا فخطا بد دا مثل خطى جد دا وزاوية بدا مساوية لزاوية جدا فقاعدة اج مساوية لقاعدة اب ومن اجل ان الاوتار المتساوية من الدوائر المتساوية تفصل قسيًا متساوية فبحسب برهان كز من ج تكون قوس اب مساوية لقوس اج فقد قسمنا قوس باج بنصفين على نقطة آ وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الثلثون من المقالة الثالثة

الزوايا المستقيمة الخطين التى تقع فى دائرة ما كان منها فى نصف دائرة فهو قائمٌ وما كان منها فى قِطعَةٍ اعظم من نصف دائرة فهو حادّة وما كان منها فى قطعة اصغر من نصف دائرةٍ فهو منفرج وامّا الزاوية التى يحيط بها خط الوتر وخط القوس فان القطعة ان كانت اعظم من نصف دائرة فالزاوية منفرجة وان كانت اصغر من نصف دائرة فالزاوية حادّة مثاله ان دائرة اب وقع على خط محيطها زوايا ادب داب ازد وزاوية ادب فى قطعة ادب وهى نصف دائرةٍ وزاوية داب فى قطعة داجب وهى اعظم من نصف دائرةٍ وزاوية ازد فى قطعة ازد وهى اصغر من نصف دائرة فاقول ان زاوية ازد منفرجة وزاوية داب حادّة وزاوية ادب قائمة برهانه انا 46 r. نُخرج قُطرَ اب ونستخرج المركز وهو نقطة ط ونَصِلُ ەد فمن اجل ان نقطة ە مركز للدائرة وقد خرج منها الى المحيط خطوطُ ەا ەب ەد فهى اذن متساوية فمثلث ەاد متساوى الساقين فببرهان ە من

Supponimus, arcum esse *BAG*. Chordam eius, scilicet lineam *BG*, ducimus eamque in puncto *D* in duas partes aequales diuidimus. Lineam in puncto *D* perpendicularem erectam ad arcum *BAG* producimus, sitque linea *AD*. Duas lineas *AB*, *AG* ducimus. Quoniam lineam *BD* lineae *DG* aequalem abscidimus, linea *DA* communi sumpta duae lineae *BD*, *DA* duabus lineis *GD*, *DA* aequales erunt. Et $\angle BDA = GDA$; itaque basis *AG* basi *AB* aequalis erit. Quoniam autem chordae inter se aequales circulorum inter se aequalium arcus inter se aequales abscindunt, ex III, 27 arcus *AB* arcui *AG* aequalis erit.



Ergo arcum *BAG* in puncto *A* in duas partes aequales diuidimus. Q. n. e. d.

Propositio XXX libri tertii.

Angulorum rectilineorum in circulo positorum qui in semicirculo sunt, recti sunt, qui in segmento semicirculo maiore, acuti, qui in segmento semicirculo minore, obtusi; angulus uero lineis chordae arcusque comprehensus obtusus est, ubi segmentum semicirculo maius est, ubi autem segmentum semicirculo minus est, acutus est angulus.

Exemplificatio. In ambitu circuli *AB* anguli *ADB*, *DAB*, *AZD* cadunt, quorum angulus *ADB* in segmento *ADB* positus est, quod semicirculus est, angulus *DAB* in segmento *DAGB*, quod semicirculo maius est, angulus *AZD* in segmento *AZD*, quod semicirculo minus est. Dico, angulum *AZD* obtusum, angulum *DAB* acutum, angulum *ADB* rectum esse.

Demonstratio. Diametro *AB* ducto et puncto Θ [scr. *E*] centro sumpto [lineam] *ED* ducimus. Quoniam punctum *E* centrum circuli est, et lineae ab eo ad ambitum ductae sunt *EA*, *EB*, *ED*, inter se aequales erunt, et triangulus *EAD* aequicru-

ا تكون زاوية هاد مساوية لزاوية هدا فمن اجل ان زاوية دهب خارجة مِن المثلث فببرهان لب مِن ا تكون زاوية دهب مساوية لزاويتى هاد هدا فزاوية دهب اذن ضعف زاوية [ه]دا وبمثل هذا البرهان والاستشهاد يتبيّن ان زاوية اهد ضعف زاوية هدب فمجموع زاويتى دها دهب ضعف جميع زاوية ادب ومِن اجل انه اذا قام خطٌ على خطٍ فان الزاويتين اللتين عن جنبتيه امّا قائمتان وامّا مساويتان لقائمتين فببرهان يج مِن ا فان مجموع زاويتى دها دهب مساو لزاويتين قائمتين وهو ضعفُ زاوية ادب فزاوية ادب اذن قائمةٌ ∴ وايضا فمن اجل ان مثلث ادب فيه زاوية قائمة وهى زاوية ادب فببرهان يز مِن ا تكون زاوية داب حادةً وهى فى قطعة داجب التى هى اعظم مِن نصف دائرةٍ ∴ وايضا فان زاوية ابد حادّة لانها فى مثلث ابد القائم الزاوية ومِن اجل ان سطح ابدز ذو اربعة اضلاع فى دائرة اب فببرهان كا مِن ج فانّ كل زاويتين مِنه تتقابلان مساويتان لزاويتين قائمتين وزاويتا ازد ابد متقابلتان فهما اذًا جميعًا مساويتان لزاويتين قائمتين وزاوية ابد منهما قد بيّنا انها حادّةٌ فيبقى اذن زاوية ازد اعظم مِن زاوية قائمة فهى اذن منفرجة وهى فى قطعة ازد التى هى اصغر مِن نصف دائرة فقد تبيّن ان كل نصف دائرة فان الزاوية المستقيمة الخطين الواقعة على محيطها تكون قائمةً وكل قِطعَةٍ هى اعظم مِن نصفِ دائرةٍ فان الزاوية المستقيمة الخطين الواقِعَة فيها تكون حادّةً وكل قِطعَةٍ هى اصغر مِن نصفِ دائرةٍ فان الزاوية المستقيمة الخطين الواقعة [1]) على

[1]) In textu فيها erasum.

rius; quare ex I, 5 $\angle EAD = EDA$. Et quoniam angulus DEB ad triangulum extrinsecus positus est, ex I, 32 angulus DEB duobus angulis EAD, EDA aequalis est; quare angulus DEB angulo EDA duplo maior erit. Eadem demonstratione et eadem ratione demonstramus, angulum AED angulo EDB duplo maiorem esse. Itaque summa duorum angulorum DEA, DEB toto angulo ADB duplo maior est. Quoniam autem, si linea in linea erecta est, duo anguli ad utramque partem eius positi aut recti aut duobus rectis aequales sunt, ex I, 13 summa duorum angulorum DEA, DEB duobus rectis aequalis est. Ea autem angulo ADB duplo maior est. Ergo angulus ADB rectus est.

Rursus, quoniam in triangulo ADB angulus rectus est ADB, ex I, 17 angulus DAB acutus est. Et hic angulus positus est in segmento $DAGB$, quod semicirculo maius est.

Rursus angulus ABD acutus est, quia in triangulo rectangulo positus est. Et quoniam spatium $ABDZ$ quadrilaterum est in circulo AB positum, ex III, 21 duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales erunt; itaque duo anguli oppositi AZD, ABD simul sumpti duobus rectis aequales erunt. Eorum autem angulum ABD acutum esse, iam demonstrauimus; relinquitur igitur angulus AZD angulo recto maior ergo obtusus. Et hic angulus positus est in segmento AZD, quod semicirculo minus est. Ergo iam demonstratum est, in semicirculo angulum rectilineum in ambitu cadentem rectum, in segmento semicirculo maiore, angulum rectilineum in eo cadentem acutum, in segmento semicirculo minore angulum rectilineum in ambitu cadentem obtusum esse. Q. n. e. d.

Rursus dico, angulum arcu BD et chorda DA comprehensum obtusum esse, qui angulus est segmenti [AGD, angulum autem arcu ZD et chorda DA comprehensum acutum, qui angulus est segmenti] AZD.

Demonstratio. Lineam BD in directum ad punctum H producimus. Quoniam angulus ADB rectus est, chorda BD

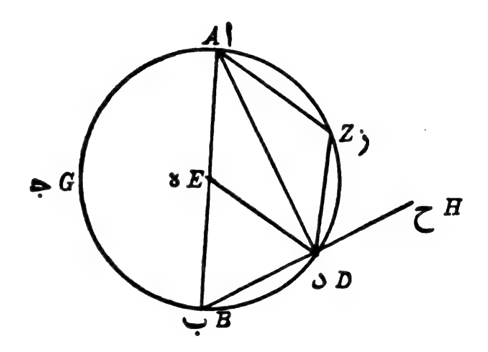
محيطها تكون منفرجة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا اقول ان الزاوية التى يحيط بها قوس ب‌د ووتر دا منفرجة وهى زاوية قطعة ازد برهانه انا نخرج خط ب‌د على الاستقامة الى نقطة ح فلانّ زاوية ادب قائمة فانا متى رفعنا وتر ب‌د كانت الزاوية التى يحيط بها قوس ب‌د وخط اد اعظم من قائمة فهى اذن منفرجة ومن اجل انّ خط اد قائم على خط ب‌ح المستقيم وزاوية ادب قائمة فانّ زاوية ادح ايضًا تكون قائمةً وذلك بيّنٌ ببرهان يج من ا فاذا اسقطنا الزاوية التى يحيط بها تقبيب زد وخط دح بقيت الزاوية التى يحيط بها قوس زد وخط اد حادّة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الواحد والثلثون من المقالة الثالثة

كل دائرة ماسّها خط مستقيم واخرج من نقطة المُماسّة خط اخر مستقيم يقطع الدائرةَ على غير المركز فان الزاويتين اللتين تقعان عن جنبتيه مساويتان للزاويتين اللتين تقعان فى قطعتى الدائرة المتبادلتين مثاله ان دائرة اب يماسُها خط ده على نقطة ب وقد خرج من نقطة ب خط ب‌ز يقطع الدائرة على غير المركز فاقول انّ زاويتى زب‌د زب‌ه مساويتان للزاويتين اللتين تقعان فى قطعتى زاجب زطب اما زاوية زب‌د فهى مساويةٌ للزاوية التى تقع فى قطعة زاجب واما زاوية زب‌ه فمساوية للزاوية التى تقع فى قطعة ب‌طز برهانه انّا نعلم على قوس زب علامةً اين وقعت منها[1] فننزل انها 46 u.

[1]) In textu فانّ erasum.

erecta angulus arcu BD et linea AD comprehensus recto maior erit, ergo obtusus. Et quoniam in linea recta BH erecta est linea AD, et angulus ADB rectus est, etiam angulus ADH rectus est; quod ex I, 13 manifestum est. Ergo angulo, qui arcu conuexo ZD et linea DH comprehenditur, subtracto relinquitur angulus arcu ZD et linea AD comprehensus acutus. Q. n. e. d.



Propositio XXXI libri tertii.

Si recta linea circulum contingit, et a puncto contactus alia linea recta ducitur, quae circulum non per centrum secat, duo anguli ad utramque partem eius positi aequales sunt duobus angulis, qui in duobus segmentis circuli alternis positi sunt.

Exemplificatio. Circulum AB linea DE in puncto B contingit. A puncto B ducitur linea BZ, quae circulum non per centrum secat. Dico, duos angulos ZBD, ZBE aequales esse duobus angulis, qui in duobus segmentis $ZAGB$, $Z\Theta B$ positi sint, hoc est angulum ZBD aequalem esse angulo in segmento $ZAGB$ posito, et angulum ZBE angulo in segmento $B\Theta Z$ posito aequalem.

Demonstratio. In arcu ZB punctum quodlibet sumimus, quod punctum Θ esse supponimus. Duabus lineis ΘZ, ΘB ductis centrum circuli sumimus, quod punctum H esse supponimus. Linea BHA ducta ex III, 17 manifestum est, lineam AHB ad lineam DE perpendicularem esse in puncto B; quare angulus ABE rectus est.

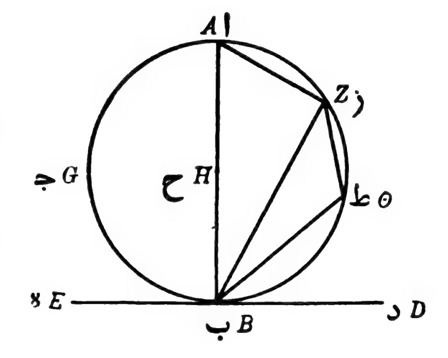
Quoniam segmentum AZB semicirculus est, ex III, 30 an-

علامة ط ونخرج خطى طز طب ونستخرج مركز الدائرة فننزل انها نقطة ح ونُخرج خط بحا فظاهِرٌ ببرهان يز مِن ج ان خط احب قائم على خط ده على زوايا قائمة على نقطة ب فزاوية ابه قائمة ومِن اجل ان قطعَة ازب نصف دائرة فببرهان ل مِن ج تكون زاوية ازب قائمة فاذا اخذنا زاوية ابز مشتركة كان مجموع زاويتى ازب ابز مساويًا لجميع زاوية زبه لكن مجموع زاويتى زبه زبد مساو لزاويتين قائمتين ولكن مجموع زوايا المثلث الثلث اعنى زوايا ابز ازب زاب مساو لزاويتين قائمتين فهى اذن مجموعةً مثلُ زاويتى زبد زبه فاذا اسقطنا زاوية زبه بزاويتى ازب زبا بقيت زاوية زبد مساوية لزاوية زاب وهى فى قطِعَة زاجب ومِن اجل ان سطح ازطب ذو اربعة اضلاع فى دائرة اب فانّ كل زاويتين منه تتقابلان مساويتان لزاويتين قائمتين فزاويتا زاب زطب اذن مساويتان لزاويتين قائمتين فهما اذن مساويتان لزاويتى زبد زبه وقد بيّنا انّ زاوية زاب مساوية لزاوية زبد فتبقى زاوية زطب مساوية لزاوية زبه وهى فى قِطعَة بطز فقد تبيّن ان الزاويتين اللتين عن جنبتى خط زب مساويتان للزاويتين اللتين تقعان فى قطعتى الدائرة المتبادلتين وذلك ما اردنا ان نبيّن فان كان خط زب قطرَ الدائرة فمِن البيّن ان كل واحد من الزاويتين اللتين عن جنبتيه قائمةٌ ومساويةٌ لكُلّ واحدة مِن الزاويتين اللتين تقعان فى نصف الدائره ∴ شكل لايُن اذا كانت قِطعَةٌ مِن دائرة معلومة نريد ان نبيّن كيف نُتمّ الدائرة التى القطعة منها فلتكن القطعة التى عليها ابجد ونقسم قوس ابج بنصفين

gulus AZB rectus erit. Angulo igitur ABZ communi sumpto summa duorum angulorum AZB, ABZ toti angulo ZBE aequalis erit. Summa autem duorum angulorum ZBE, ZBD duobus rectis aequalis est; uerum etiam summa trium angulorum trianguli, scilicet angulorum ABZ, AZB, ZAB, duobus rectis aequalis est; itaque coniuncti duobus angulis ZBD, ZBE aequales sunt. Ergo subtracto angulo ZBE et duobus angulis AZB, ZBA subtractis relinquitur angulus ZBD angulo ZAB in segmento $ZAGB$ posito aequalis.

Et quoniam spatium quadrilaterum $AZ\Theta B$ in circulo AB positum est, duo anguli eius oppositi duobus rectis aequales sunt; itaque duo anguli ZAB, $Z\Theta B$ duobus rectis aequales sunt et ea de causa duobus angulis ZBD, ZBE aequales. Sed iam demonstrauimus, angulum ZAB angulo ZBD aequalem esse; relinquitur igitur angulus $Z\Theta B$ [scr. ZBE] angulo ZBE [$Z\Theta B$] in segmento $B\Theta Z$ posito aequalis. Ergo iam demonstratum est, duos angulos ad utramque partem lineae ZB positos duobus angulis alternis in duobus segmentis circuli positis aequales esse. Q. n. e. d.

Si uero linea ZB diametrus circuli est, manifestum est, utrumque angulum ad utramque partem eius positum rectum esse et utriuis ex duobus angulis in semicirculo positis aequalem.



Propositio Heronis. Segmento circuli dato demonstrare uolumus, quo modo circulum, cuius segmentum est, suppleamus.

Sit segmentum $ABGD$. Arcu ABG in duas partes aequales in puncto B diuiso a puncto B ad chordam AG perpendicularem BD ducimus. Chorda BG ducta in puncto G lineae BG angulum angulo DBG aequalem construimus. Si angulus angulo DBG

على نقطة ب ونُخرج مِن نقطة ب الى وتر اجَ عمود بد ونخرج وتر بج ونعمل على نقطة ج مِن خط بج زاوية مساويةً لزاوية دبج فان كانت الزاوية المعمولة المساوية لزاوية دبج تقع مثل زاوية بجد وظاهرٌ انّ مركز الدائرةِ على نقطة د وان قِطعَة ابج نِصف دائرةٍ وان كانت الزاوية المعمولة على نقطة ج المساوية لزاوية دبج تقع خارج قطعةِ ابج كزاوية بجه فانّ مركز الدائرة يقع[1] خارج قِطعَة ابج كنقطة ه فتكون القطعة اصغر مِن نصف دائرةٍ وان كانت الزاوية المعمولة على نقطة ج المساوية لزاوية دبج تقع داخل قطعة ابج كزاوية بجز فان مركز الدائرة يقع داخل قِطعة ابج على نقطة ز[2] فيظهر لنا ان القِطعَة المفروضة اعظم من نِصف دائرةٍ فاذن قد تبيّن كيف نُتمّ القِطعَة[3] المفروضة اين وقع المركز على اجَ او داخله او خارجه وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ قال المفُسّر قسم قوسَ اجَ بنصفين ليظهر انّ وتر قوس ابَ مساو لوتر قوس بج لانه لو قسم خط اجَ بنصفين لكان يقتضى الشكل التاسع والعشرين وهو كيف نقسم قوسًا معلومةً بنصفين وما كان يظهر له ان وتر قوس ابَ مساو لوتر قوس بجَ الّا بعد قسمته قوس ابج بنصفين فبالواجب جعل هذا الشكل بعد ذلك الشكل وانما اراد ان يُبيّن انّ الزاوية التى عند آ مساوية للزاوية التى عند جَ اذا

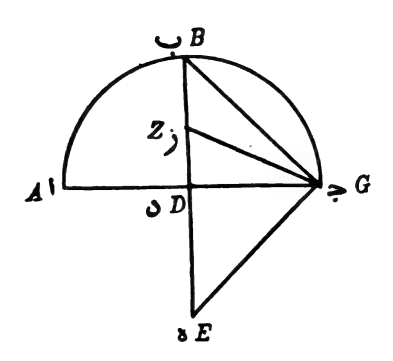
---

[1]) In margine: قال الشيخ ويتوهّم فيه خط اه Dixit uir doctissimus, eum lineam *AE* supposuisse.

[2]) In margine: قال الشيخ ويتوهّم فيه خط از Dixit uir doctissimus, eum lineam *AZ* supposuisse.

[3]) Falso repetitum.

aequalis constructus ut angulus *BGD* cadit, manifestum est, centrum circuli esse in puncto *D*, et segmentum *ABG* semicirculum esse. Sin angulus ad punctum *G* angulo *DBG* aequalis constructus extra segmentum *ABG* cadit ut angulus *BGE*, centrum circuli extra segmentum *ABG* cadet ut punctum *E*. Itaque segmentum semicirculo minus erit. Si autem angulus ad punctum *G* angulo *DBG* aequalis constructus intra segmentum *ABG* cadit ut angulus *BGZ*, centrum circuli cadet intra segmentum *ABG* in puncto *Z*. Itaque nobis manifestum erit, segmentum datum semicirculo maius esse. Ergo iam demonstratum est, quo modo segmentum datum suppleamus, siue centrum in *AG* siue intra siue extra cadit. Q. n. e. d.



Commentator dixit. Arcum *AG* in duas partes aequales diuisit, ut manifestum esset, chordam arcus *AB* chordae arcus *BG* aequalem esse. Nam si lineam *AG* in duas partes aequales diuisisset, propositione XXIX opus fuisset,[1] quae est, quo modo arcum datum in duas partes aequales diuidamus, neque ei manifestum fuisset, chordam arcus *AB* chordae arcus *BG* aequalem esse nisi post arcum *ABG* in duas partes aequales diuisum. Ergo necessario hanc propositionem post illam posuit. Sed hoc tantum demonstrare uoluit, angulum ad *A* positum angulo ad *G* posito aequalem esse, si angulus ad punctum *G* constructus ut angulus *BGD* caderet, ut demonstraretur, lineas *DB*, *DG*, *DA* inter se aequales esse, ut esset punctum centrum circuli, et simul ut demonstraretur, lineam *AD* lineae *DG* aequalem esse, quo adpareret, centrum circuli esse in linea *BD* aut in ea in directum producta.

[1]) Textus Anaritii (Curtze p. 136) ualde corruptus est, nec Arabs satis clare exposuit, quod uult.

كانت الزاوية المعمولة على نقطة ج تقعُ كزاوية بجد ليتبيّن
ان خطوط دب دج دا متساوية لتكون النقطة[1] مركزا للدّائرة 47 r.
وايضا ليتبيّن لَهُ ان خط اد مثل خط دج ليتبيّن ان مركز الدائرة
على خط بد او على الذى على استقامته .·.

الشكل الثانى والثلثون مِن المقالة الثالثة

نُريد ان نبيّن كيف نُقيم على خط مستقيم معلوم قِطعَةً مِن
دائرة تقبل زاوية مثل زاوية معلومة اىّ زاوية كانت قائمةً او منفرجةً
او حادّةً مثاله ان خط اب الخطُ المعلومُ والزاوية المعلومة القائمة
زاويةُ جده والمنفرجة زاوية حطك والحادّة زاوية نسع فنُريد ان
نبيّن كيف نُقيم [على] خط اب قطعةً مِن دائرة تقبل زاويةً مساويةً
لزاوية جده ثم قِطعَةً تقبل زاويةً مساوية لزاوية حطك ثمّ قِطعَةً
تقبل زاويةً مساويةً لزاوية نسع فنرسمُ خط اب فى ثلثة مواضعَ
ونبتدى برسم الصورة الاولى فنقسم خط اب بنصفين على نقطة ز
ونرسم على نقطة ز وببُعد زا وزب دائرة اب فمِن اجل انّ مركز دائرة
اب على خط اب فان خط اب قطرٌ لِدائرةِ اب والقطر يقسم الدائرةَ
بنصفين كما بيّن سنبليقيوس فى مُصادرة المقالة الاولى فكل واحدةٍ
مِن القطعتين اللتين على خط اب نصف دائرةٍ وقد تبيّن ببرهان
ل مِن ج ان القطعة التى هى نصف دائرة تقبَلُ زاويةً قائمةً فنِصفُ
الدائرةِ الذى على خط اب يقبل [زاوية] مثل زاوية جده القائمة ونتلوُ

[1]) Supra in margine correctum; in textu primum scriptum: القطعة

Propositio XXXII libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo in linea recta data segmentum circuli erigamus, quod angulum capiat cuilibet angulo dato aequalem siue recto siue obtuso siue acuto.

Exemplificatio. Linea AB est linea data, angulus datus rectus angulus GDE, obtusus angulus $H\Theta K$, acutus angulus $N\Xi O$. Demonstrare uolumus, quo modo in linea AB segmentum circuli erigamus, quod capiat angulum angulo GDE aequalem, deinde segmentum, quod capiat angulum angulo $H\Theta K$ aequalem, deinde segmentum, quod capiat angulum angulo $N\Xi O$ aequalem.

Lineam AB tribus locis describimus et a prima figura describenda incipimus. Lineam AB igitur in puncto Z in duas partes aequales diuidimus et in puncto Z et radiis ZA et ZB circulum AB describimus. Quoniam centrum circuli AB in linea AB est, linea AB erit diametrus circuli AB. Et diametrus circulum in duas partes aequales diuidit, ut Simplicius in definitione*) libri primi demonstrauit. Itaque utrumque segmentum in linea AB positum semicirculus est. Sed iam in III, 30 demònstratum est, segmentum, quod semicirculus sit, angulum rectum capere. Ergo semicirculus in linea AB positus angulum angulo GDE recto aequalem capit.

Iam ad figuram secundam animum aduertimus. In puncto A lineae AB secundae ex I, 23 angulum angulo $H\Theta K$ obtuso aequalem construimus, qui sit angulus BAL, et in puncto A lineae AL lineam LM perpendicularem erigimus. Itaque manifestum est, angulum LAM rectum et angulum MAB acutum esse. Deinde in puncto B lineae AB angulum ABM angulo BAM aequalem construimus. Quoniam igitur in triangulo AMB duo anguli ad basim positi inter se aequales sunt, ex I, 6 linea MA lineae MB aequalis erit. Quare circulus centro M et radio MA descriptus per duo puncta A, B transit nec omnino a linea AL

*) U. Anaritius ed. Curtze p. 20 sqq.

بالصورة الثانية فنعمل على نقطة ا من خط اب الثانى زاويةً مساويةً لزاوية حطك المنفرجة كما بيّن عمله ببرهان كج من ا ولتكن زاوية بال ونقيم على نقطة ا من خط ال خط ام عمودًا عليه فظاهرٌ انّ زاوية لام قائمة وزاوية ماب حادّة ثم نعمل على نقطة ب من خط اب زاوية ابم مساويةً لزاوية بام فمن اجل ان مثلث امب زاويتاه اللتان فوق القاعدة متساويتان فانّه بحسب برهان و من ا يكون خط ما مساويًا لخط مب فاذن الدائرة المخطوطة على مركز م وببُعدِ ما تجوز على نقطتى اب ولا يقطع من خط ال ولا الخط الذى على استقامته شيّا لانها متى قطعت منه شيًا كان الخط المستقيم القائم على طرفِ قطر ما على زوايا قائمة يقعُ داخل الدائرة وقد بيّن ببرهان يه من ج انه يقع خارج الدائرة وانه مماسٌّ للدائرة فخط ال اذن مُماسٌّ للدائرة ومن اجل ان خط ال يماسّ دائرة اب وقد خرج من النقطة التى[1] عليها المُماسّة خط اب فقطعَ الدائرة على غير المركز فبحسب برهان لا من ج تكون الزاوية التى تقع فى قطعة اب الصُغرى مساويةً لزاوية بال المبادلة لها لكن زاوية بال عُملت مساوية لزاوية حطك المنفرجة فقد اقمنا على خط اب فى الصورة الثانية قطعةَ اب الصُغرى تقبل زاويةً مساويةً لزاوية حطك المنفرجة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وبقى ان نبيّن كيف نعمل على خط اب الثالث قطعةَ دائرةٍ تقبل زاويةً مساويةً لزاوية نسع الحادّة فنعمل على خط اب على نقطة ا زاوية باف

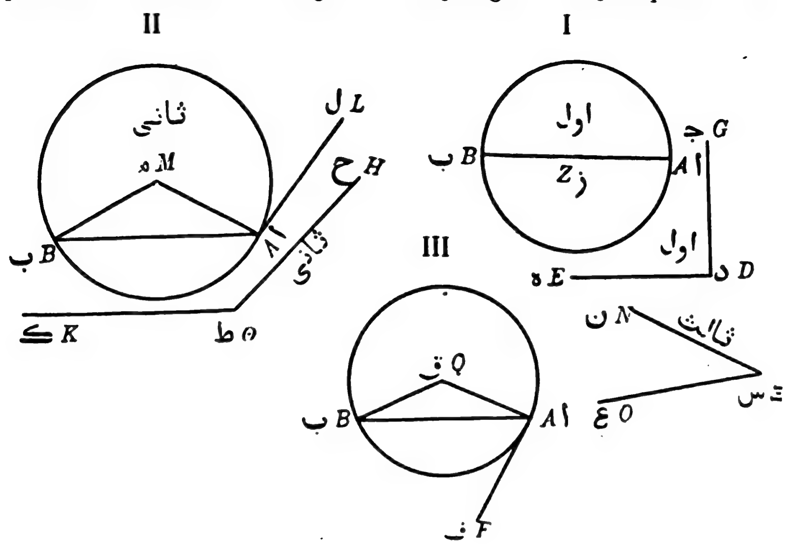
---

[1]) Repetitum.

neque a linea in directum ab ea ducta secatur. Nam si omnino ab ea secaretur, linea recta in termino diametri MA ad rectos angulos erecta intra circulum caderet. Sed iam in III, 15 demonstrauimus, eam extra circulum cadere et circulum contingere; linea AL igitur circulum contingit. Et quoniam linea AL circulum AB contingit, et a puncto contactus linea AB ducta est, circulum non per centrum secat. Uerum ex III, 31 angulus in segmento minore AB positus angulo BAL alterno aequalis est. Angulus autem BAL angulo $H\Theta K$ obtuso aequalis constructus est. Ergo iam in linea AB figurae secundae segmentum minus AB ereximus, quod angulum angulo $H\Theta K$ obtuso aequalem capit. Q. n. e. d.

Relinquitur, ut demonstremus, quo modo in linea AB tertia segmentum circuli construamus, quod angulum angulo $N\Xi O$ acuto aequalem capiat.

In puncto A lineae AB angulum BAF angulo $N\Xi O$ aequalem construimus. Quoniam angulus $N\Xi O$ acutus est, etiam angulus BAF acutus erit. In puncto A lineae AF [lineam] AQ perpendicularem erigimus; angulus BAQ igitur acutus erit. Et ad punctum B lineae AB angulum ABQ angulo BAQ aequalem con-



مساويةً لزاوية ن س ع فمن اجل انّ زاوية ن س ع حادّة تكون زاوية
ب ا ف حادّة ايضا فنقيم على[1] نقطة ا مِن خط ا ف عمود ا ق فزاوية
ب ا ق حادّة فنعمل على نقطة ب مِن خط ا ب زاوية ا ب ق مساويةً
لزاوية ب ا ق فمن اجل ان زاويتى ا ب متساويتان فانّ ساقى ق ا
ق ب متساويتان فنقطة ق مركز الدائرة فالدائرة المرسومة على نقطة
ق وببعد ق ا تمرّ بنقطتى ا ب ولا تقطعُ مِن خط ا ف ولا الخط
الذى على استقامته شيا ولتكن دائرة ا ب ومِن اجل ان خط ا ف
قائم على طرف قطر ق ا على زوايا قائمة فبحسب برهان يه مِن ج
يكون خط ا ف مماسًا لدائرة ا ب مِن خارج ومِن اجل ان خط ا ف
يُماسّ دائرة ا ب وقد خرج من نقطة المماسّة خطُ ا ب فقطع الدائرة
على غير المركز فانّ ببرهان لا مِن ج تكون الزاوية التى تقعُ فى
قطعة ا ب العُظمى مساويةً لزاوية ن س ع فقد اتمنا على خط ا ب
المعلوم قطعة ا ب العُظمى تقبل زاويةً مثل زاوية ن س ع الحادّة
المعلومة وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

47 u.

الشكل الثالث والثلثون مِن المقالة الثالثة

نريد ان نبيّن كيف نفصِل مِن دائرة معلومة قطعةً تقبل
زاويةً مساويةً لزاويةٍ معلومةٍ فننُزل ان الدائرة المعلومة دائرة ا ب ج
والزاوية المعلومة زاوية د ه ز ونريد ان نُبيّن كيف نفصِل مِن دائرة
ا ب ج قطعةً تقبل زاويةً مساويةً لزاوية د ه ز فنُجيزُ على اىّ نقطة

---

[1]) Repetitum.

struimus. Quoniam duo anguli A, B inter se aequales sunt, duo latera QA, QB inter se aequalia erunt. (Itaque punctum Q centrum est circuli.*) Quare circulus in puncto**) Q et radio QA descriptus per duo puncta A, B transit nec omnino a linea AF neque a linea in directum ab ea ducta secatur. Circulus sit AB. Et quoniam linea AF in termino diametri QA ad rectos angulos erecta est, ex III, 15 linea AF circulum AB extrinsecus continget. Et quoniam linea AF circulum AB contingit, et a puncto contactus linea AB ducta est, circulum non per centrum secat. Ex III, 31 igitur angulus in segmento AB maiore positus angulo $N\Xi O$ aequalis erit. Ergo in data linea AB segmentum AB maius ereximus, quod angulum dato angulo $N\Xi O$ acuto aequalem capit. Q. n. e. d.

Propositio XXXIII libri tertii.

Demonstrare uolumus, quo modo a circulo dato segmentum, quod angulum angulo dato aequalem capiat, abscindamus.

Circulum datum supponimus esse circulum ABG et angulum datum esse angulum DEZ. Demonstrare uolumus, quo modo a circulo ABG segmentum abscindamus, quod angulum angulo DEZ aequalem capiat.

Per quodlibet punctorum in ambitu circuli ABG positorum lineam ducimus circulum contingentem. Quod punctum supponimus esse punctum G, et per id ex III, 15 [scr. 16] lineam $H\Theta$ ducimus circulum ABG contingentem; et hoc ita fit, ut ad punctum G diametrum circuli ducamus et in termino diametri, qui ad punctum G est, ad rectos angulos lineam erigamus, scilicet lineam $H\Theta$. Linea $H\Theta$ igitur circulum contingit. Et in puncto G lineae $H\Theta$ angulum angulo DEZ aequalem construimus, qui sit angulus BGH. Quoniam linea $H\Theta$ circulum ABG contingit, et a puncto contactus linea GB ducta est, circulum extra cen-

*) Haec uerba male addita sunt.
**) [scr. centro].

اردنا مِن النقط التى على محيط دائرة ابج خطا يُماسُّ الدائرةَ فنُنزل ان النقطة نقطة ج ونجيز عليها خط حط يُماسّ دائرةَ ابج وذلك بحسب ما بيّنا ببرهان يه مِن ج وهو انا نجيز على نقطة ج قطر الدائرة ونُقيم على طرف القُطر الذى عند نقطة ج خطًا على زاوية قائمة وهو خط حط فخط حط اذن مُماسّ للدائرة ونعمل على نقطة ج مِن خط حط زاويةً مساويةً لزاوية دهز ولتكن زاوية بجح فمِن اجل ان خط حط يُماسّ دائرة ابج وقد خرج مِن العلامةِ التى عليها المُماسّة خط جب فقطع الدائرة على غير المركز فمِن البيّن[1] ببرهان لا مِن ج ان زاوية بجح مساوية للزاوية التى تقع فى قطعة باج المبادلة لها لكنّا[2] عملنا زاوية بجح مساويةً لزاوية دهز فالزاوية التى فى قطعة باج مساوية لزاوية دهز فقد فصلنا مِن دائرة ابج قطعة باج تقبل زاويةً مساويةً لزاوية دهز وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

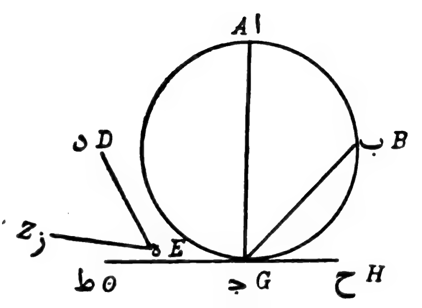
الشكل الرابع والثلثون مِن المقالة الثالثة

كل وترين يتقاطعان فى دائرة فان السطح القائم الزوايا الذى يُحيط به احد قسمى [احد[3]] الخطين مع قسمة الاخر مساو للسطح القائم الزوايا الذى يُحيط به احد القسمين مِن الخط الاخر مع قسمة الاخر ∴ هذا التقاطع له ستُ جهاتٍ امّا ان يكون التقاطع

[1]) Sic correctum; scriba mihi videtur prius scripsisse: خطين

[2]) Sic in margine correctum. Librarius prius scripsit: لكنها

[3]) Cfr. Al-Thusium. Ed. Rom. p. 87.



trum secat. Itaque ex III, 31 manifestum est, angulum *BGH* angulo alterno, qui in segmento *BAG* positus sit, aequalem esse. Sed angulum *BGH* angulo *DEZ* aequalem construximus. Itaque angulus in segmento *BAG* positus angulo *DEZ* aequalis est. Ergo iam a circulo *ABG* segmentum *BAG* abscidimus, quod angulum angulo *DEZ* aequalem capit. Q. n. e. d.

Propositio XXXIV libri tertii.

Si in circulo duae chordae inter se secant, rectangulum una parte [alterius] duarum linearum cum altera parte comprehensum aequale est rectangulo comprehenso una parte alterius lineae cum altera parte.

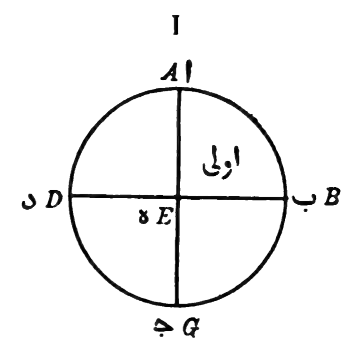
Sex sunt huius sectionis rationes, aut ut sectio utriusque lineae in centro sit, aut ut altera per centrum ducta sit et alteram in duas partes aequales secet et ad angulos rectos, aut ut altera per centrum ducta sit, sed alteram in duas partes aequales non secet, aut ut neutra per centrum ducta sit et altera alteram in duas partes aequales secet, aut ut neutra per centrum ducta sit et altera alteram nec in duas partes aequales nec ad angulos rectos secet, aut ut neutra per centrum ducta sit nec altera alteram in duas partes aequales secet, sed inter se ad angulos rectos secent.

Ponimus igitur sex deinceps casus difficiles, I, II, III, IV, V, VI, et sex circuli sint, et in singulis *ABGD*.

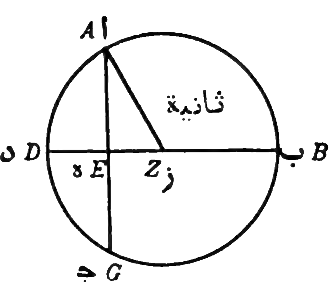
Sit primus circulus *ABGD*, in quo duae chordae in centro *E* inter se secent. Dico, rectangulum duabus partibus *AE*, *EG* comprehensum rectangulo duabus partibus *BE*, *ED* comprehenso aequale esse.

لهما جميعا على المركز واما ان يكون احدهما يمرّ بالمركز ويُقاطِعُ
الاخر بنصفين وعلى زوايا قائمة واما ان يمرّ احدُهما على المركز ولا
يُقاطع الاخر بنصفين واما ان لا يمرّا بالمركز ويُقاطِع احدُهما الاخر
بنصفين واما ان لا يمرّا بالمركز ولا يقاطع احدُهما الاخر بنصفين
ولا على زوايا قائمة واما ان لا يَمُرّا بالمركز ولا يُقاطِع احدُهما الاخر
بنصفين لكنهما يتقاطعان على زوايا قائمة فنجعَلُ اذن لذلك
ستَ صُعَبٍ[1] متواليةً اولى وثانيةً وثالثةً ورابعةً وخامسةً وسادسةً
ولتكن ستّ دوائر على كل دائرة منها اب جد فلتكن الدائرة الاولى
عليها ابجد يتقاطَعُ فيها القطران على مركز ه فاقول ان القائم
الزوايا الذى يُحيط به قسما اه هج مساو للقائم الزوايا الذى يحيط
به قسما به هد برهانه مِن اجل ان نقطة ه مركز لدائرة ابجد
فالخطوط الاربعة متساوية ها هب هج هد لانها خرجت من المركز
الى المحيط فالقائم الزوايا الذى يحيط به قسما اه هج مساو للقائم
الزوايا الذى يحيط به خطا به هد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴
وايضاً فانّ فى الصورة الثانية قاطعَ قطرُ بد وترَ اج بنصفين على
نقطة ه فظاهرٌ ببرهان ج من ج انهما يتقاطعان على زوايا قائمة
ومركز الدائرة ز ونصل از فمن اجل انّ خط بد قد قُسم بنصفين
على نقطة ز وبقسمين مختلفين على نقطة ه فانه بحسب برهان ه
مِن ب يكون القائم الزوايا[2] الذى يحيط به خطا به هد مع المربع
الكائن مِن خط زه مساويا للمربع الكائن مِن خط زد لكن خط
از مساو لخط زد فاذن القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع
المربع الكائن مِن خط زه مساو للمربع الكائن مِن خط از لكن 48 r.

D e m o n s t r a t i o. Quoniam punctum E centrum est circuli $ABGD$, quattuor lineae EA, EB, EG, ED inter se aequales sunt, quia a centro ad ambitum ductae sunt. Itaque rectangulum duabus partibus AE, EG comprehensum rectangulo duabus partibus BE, ED comprehenso aequale erit. Q. n. e. d.



R u r s u s i n f i g u r a s e c u n d a diametrus BD chordam AG in duas partes aequales in puncto E secat. Ex III, 3 igitur manifestum est, eas ad angulos rectos inter se secare.



Centrum circuli Z est. AZ ducimus. Quoniam igitur linea BD in puncto Z in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisa est, ex II, 5 rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE quadrato lineae ZD aequale erit. Sed linea AZ lineae ZD aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE quadrato lineae AZ aequale erit. Ex I, 46 autem quadratum lineae AZ summae duorum quadratorum duarum linearum ZE, EA aequale est; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE summae duorum quadratorum duarum linearum ZE, EA aequale erit. Quadrato lineae ZE subtracto relinquitur rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum quadrato lineae AE aequale. Sed linea AE lineae EG aequalis est. Itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum rectangulo duabus lineis AE, EG comprehenso aequale est. Q. n. e. d.

---

[1]) In margine clarius scriptum. [2]) In cod.: الزاوية

بحسب برهان مو مِن ا فان المربع الكائن مِن خط از مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى زه ها فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن مِن خط زه مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى زه ها فاذا اسقطنا المربع الكائن مِن خط زه بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مساويًا للمربع الكائن مِن خط اه لكن خط اه مساو لخط هج فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا (ا) به هد مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا اه هج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

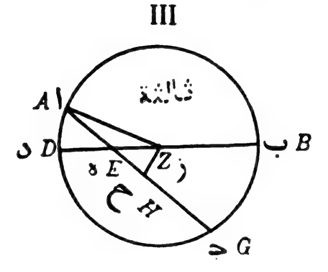
وايضا فى الصورة الثالثة تقاطع قطر بد ووتر اج على زوايا غير قائمة على نقطة ه فنبيّن ببرهان ج مِن ج ان نقطة ه ليست على منصّف وتر اج فليكن خط جه اعظم مِن خط اه ونُخرج مِن المركز وهو نقطة ز الى خط اج عمود زح كما بيّن اخراجُه ببرهان يب مِن ا فظاهر ببرهان ج مِن ج ان عمود زح يقسم وتر اج بنصفين على نقطة ح فخط اج قد قسم بنصفين على نقطة ح وبقسمين مختلفين على نقطة ه فببرهان ه مِن ب يكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن مِن خط حه مساويًا للمربع الكائن مِن خط اح وناخذ مربع خط زح مشتركًا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربعين الكائنين مِن خطى هح زح مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى زح حا لكن بحسب برهان مو مِن ا[1] فان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى زح حا مساو للمربع الكائن مِن خط زد المساوى لخط زا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربعين الكائنين مِن خطى هح زح مساو

Rursus in figura tertia diametrus BD et chorda AG ad angulos non rectos in puncto E inter se secant.

Ex III, 3 manifestum est, punctum E in media chorda AG non esse. Sit linea GE linea AE maior. A centro, quod sit punctum Z, ad lineam AG ex I, 12 perpendicularem ZH ducimus; itaque ex III, 3 manifestum est, perpendicularem ZH chordam AG in puncto H in duas partes aequales diuidere. Linea AG igitur in puncto H in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisa est; itaque ex II, 5 rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum quadrato lineae HE aequale erit quadrato lineae AH. Quadrato lineae ZH communi sumpto rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum EH, ZH aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HA. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum ZH, HA aequalis est quadrato lineae ZD, lineae ZA aequalis; itaque rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum EH, ZH quadrato lineae ZD aequale erit. Rursus ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum HZ, HE quadrato lineae ZE aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum quadrato lineae ZE quadrato lineae ZD aequale erit.

Rursus linea BD in puncto Z in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisa ex II, 5 rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE quadrato lineae ZD aequale est; rectangulum igitur duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE rectangulo duabus lineis GE, EA comprehenso cum quadrato lineae ZE aequale erit. Itaque quadrato lineae ZE communi subtracto

III



1) مِن ! in margine addita.

للمربع الكائن مِن خط زد وايضا فبحسب برهان مو مِن ا فان مجموع المربعين الكائنين مِن خطى حز حه مساو للمربع الكائن مِن خط زه[1] فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن مِن خط زه[1] مساو للمربع الكائن مِن خط زد ∴ وايضا فان خط بد قد انقسم بنصفين على نقطة ز وبقسمين مختلفين على نقطة ه فبحسب برهان ه مِن ب فان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن[2] مِن خط[2] زه مساو للمربع الكائن مِن خط زد فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن مِن خط زه اذن مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن مِن خط زه فاذا القينا المربع الكائن مِن خط زه المشترك بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مساويًا للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

وايضا فى الصورة الرابعة تقاطع وترا اج بد على غير المركز لكن قطع احدهما الاخر بنصفين فننزل انّ خط بد قاطع اج بنصفين على علامة ه فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اه هج [مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد[3]] برهانه مِن اجل ان خط بد قاطع اج بنصفين على نقطة ه فان خط اج غير مقاطع لخط بد بنصفين لانه قد تبيّن ببرهان د مِن ج ان كل وترين يتقاطعان فى دائرة ولا يجوزان على المركز فليس يقطع كل واحد منهما الاخر بنصفين فخط اج اذن يقطع خط بد بقسمين مختلفين فلننزل القسم الاعظم خط به ونخرج مِن المركز الذى هو نقطة ز عمودًا الى خط دب وليكن عمود زح ونخرج خطوط ه،

relinquitur rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum rectangulo duabus lineis BE, ED comprehenso aequale. Q. n. e. d.

Rursus in figura quarta duae chordae AG, BD non in centro inter se secant, sed altera alteram in duas partes aequales secat.

Supponimus, lineam BD [lineam] AG in puncto E in duas partes aequales secare. Dico, rectangulum duabus lineis AE, EG comprehensum [rectangulo duabus lineis BE, ED comprehenso aequale esse].

Demonstratio. Quoniam linea BD [lineam] AG in puncto E in duas partes aequales secat, linea AG lineam BD in duas partes aequales non secabit, quia iam in III, 4 demonstratum est, si duae chordae in circulo inter se secent non per centrum transeuntes, alteram alteram in duas partes aequales non secare; linea AG igitur lineam BD in duas partes inaequales secabit.

Supponamus, maiorem partem esse lineam BE. A centro, quod sit punctum Z, perpendiculari, quae sit ZH, ad lineam DB ducta lineas ZE, ZD, ZA ducimus. Quoniam igitur linea BD in puncto H in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisa est, ex II, 5 rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae HE quadrato lineae HD aequale erit. Quadrato lineae ZH communi sumpto rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum HE, HZ aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ZH, HE quadrato lineae ZE aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae EZ aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD aequalis est

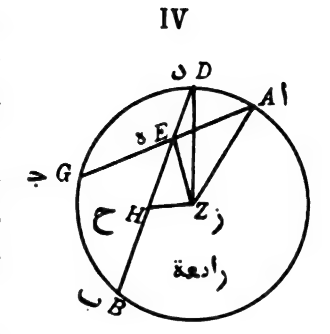
[1-1]) Haec uerba falso repetita.

[2-2]) Falso repetita.

[3]) Uerbis unculis inclusa in codice desunt.

زد زا فمن اجل ان خط بد قد انقسم بنصفين على علامة ح
وبقسمين مختلفين على علامة ه فبحسب برهان ه من ب فان 48 u.
القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن من
خط حه مساو للمربع الكائن من خط حد وناخذ مربع خط زح
مشتركا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربعين
الكائنين من خطى حه حز مساو لجميع المربعين الكائنين من
خطى حز حد لكن مجموع المربعين الكائنين من خطى زح حه
مساو للمربع الكائن من خط زه فيكون القائم الزوايا الذى يحيط
به خطا به هد مع المربع الكائن من خط هز مساويًا لمجموع
المربعين الكائنين من خطى زح حد لكن بحسب برهان مو من
ا فان مجموع المربعين الكائنين من خطى زح حد[1] مساو للمربع
الكائن من خط از المساوى لخط زد فالقائم الزوايا الذى يحيط به
خطا به هد مع المربع الكائن من خط زه اذن مساو للمربع الكائن
من خط از ومن اجل ان نقطة ه منصف خط اج وقد خرج من
نقطة ز التى هى المركز اليه خط زه فظاهر بحسب برهان ج من ج
ان زاوية اهز قائمة فمجموع المربعين الكائنين من خطى زه ها مساو
للمربع الكائن من خط از فاذا اسقطنا المربع الكائن من خط زه
المشترك بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مساويا
للمربع الكائن من خط اه لكن اه مساو لخط هج فالقائم الزوايا
الذى يحيط به خطا به هد اذن مساو للقائم الزوايا الذى يحيط
به خطا اه هج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فى الصورة الخامسة
تقاطع وترا اج بد على نقطة ه وليس واحد منهما يمر بالمركز ولا

quadrato lineae AZ, quae lineae ZD aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE aequale est quadrato lineae AZ. Quoniam autem punctum E medium est lineae AG, ad quod a puncto Z, quod centrum est, linea ZE ducta est, ex III, 3 manifestum est, angulum AEZ rectum esse; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum ZE, EA quadrato lineae AZ aequalis est. Quadrato lineae ZE communi subtracto relinquitur rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum quadrato lineae AE aequale. Sed [linea] AE lineae EG aequalis est. Itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum rectangulo duabus lineis AE, EG comprehenso aequale est. Q. n. e. d.



Rursus in figura quinta duae chordae AG, BD in puncto E inter se secent, et neutra earum per centrum transeat nec altera alteram in duas partes aequales secet. Dico, rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum rectangulo duabus lineis AE, EG comprehenso aequale esse.

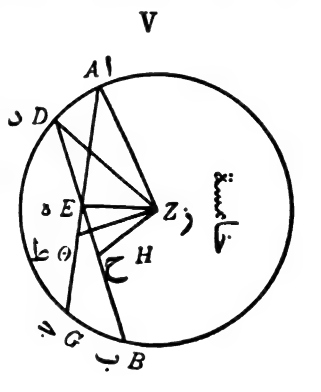
Demonstratio. Centrum sumimus, quod sit punctum Z, et duabus perpendicularibus ZH, $Z\Theta$ ad duas lineas BD, GA ductis lineas ZA, ZD, ZE ducimus. Manifestum est igitur ex iis, quae supra demonstrauimus, [lineam] BH lineae HD et lineam $G\Theta$ lineae $A\Theta$ aequalem esse. Iam quoniam linea AG in puncto Θ in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisa est, ex II, 5 rectangulum duobus lineis GE, EA comprehensum cum quadrato lienae ΘE quadrato lineae ΘA aequale erit. Quadrato igitur lineae $Z\Theta$ communi sumpto rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum ΘE, ΘZ aequale erit summae

[1]) Librarius uerba falso repetita لكن بحسب برهان deleuit.

احدُهما يقطع الاخر بنصفين فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا اه هج برهانه انا نستخرج المركز وليكن نقطة ز ونخرج عمودى زح زط الى خطى بد جا ونخرج خطوط زا زد زه فظاهِرٌ بحسب ما بيّنا قبل ان بح مساو لخط حد وخط جط مساو لخط اط فمن اجل ان خط اج قد انقسم بنصفين على نقطة ط وبقسمين مختلفين على نقطة ه فبحسب برهان ه مِن ب[1] يكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن مِن خط طه مساويا للمربع الكائن مِن خط طا فاذا اخذنا المربع الكائن مِن خط زط مشتركا كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع مجموع المربعين الكائنين مِن خطى طه طز مساويا لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اط طز لكن مجموع المربعين الكائنين مِن خطى طه طز مساو للمربع الكائن مِن خط زه فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن مِن خط زه مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى زط طا لكن مجموع المربعين الكائنين مِن خطى زط طا مساو للمربع الكائن مِن خط زد المساوى لخط زا لانّ زاوية اطز قائمة وذلك بيّن ببرهان مو مِن ا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن مِن خط زه مساو للمربع الكائن مِن خط زد وايضا فان خط بد قد انقسم كما بيّنا بنصفين على علامة ح وبقسمين مختلفين على علامة ه فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن مِن خط هح مساو للمربع الكائن مِن خط حد وناخذ

duorum quadratorum duarum linearum $A\Theta$, ΘZ. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ΘE, ΘZ aequalis est quadrato lineae ZE; itaque rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum quadrato lineae ZE summae duorum quadratorum duarum linearum $Z\Theta$, ΘA aequale est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum $Z\Theta$, ΘA aequalis est quadrato lineae ZD lineae ZA aequalis, quia angulus $A\Theta Z$ rectus est; quod in I, 46 demonstratum est. Itaque rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum quadrato lineae ZE aequale est quadrato lineae ZD.

Rursus iam demonstratum est, lineam BD in puncto H in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisam esse; rectangulum igitur duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae EH quadrato lineae HD aequale est. Quadratum lineae HZ commune sumimus; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum HE, HZ summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD aequale est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum HZ, HE quadrato lineae ZE aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED cum quadrato lineae ZE summae duorum quadratorum duarum linearum HZ, HD aequale erit. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum HZ, HD quadrato lineae ZD aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae EZ aequale est quadrato lineae ZD. Sed iam demonstrauimus, rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum cum quadrato lineae EZ etiam quadrato lineae ZD aequale esse; itaque quadrato lineae ZE subtracto



---

1) من ب in margine additum.

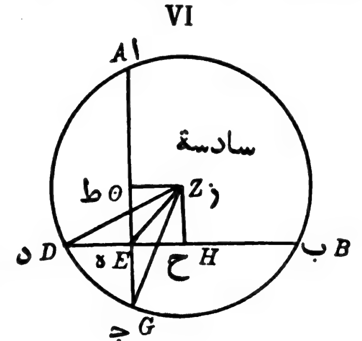
خط حز مشتركًا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع (49 r.[1]
مجموع المربعين الكائنين من خطى حه حز مساو لمجموع المربعين
الكائنين من خطى حز حد لكن مجموع المربعين الكائنين من
خطى حز حه مساو للمربع الكائن من خط زه فالقائم الزوايا الذى
يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن من خط زه مساو لمجموع
المربعين الكائنين من خطى حز حد لكن مجموع المربعين
الكائنين من خطى حز حد مساو للمربع الكائن من خط زد
فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن من
خط هز مساو للمربع الكائن من خط زد وقد كنّا بيّنا ان القائم
الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مع المربع الكائن من خط هز
مساو ايضا للمربع الكائن من خط زد فاذا اسقطنا المربع الكائن
من خط زه بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا جه ها مساو
للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد وذلك ما اردنا ان نبيّن
وايضا فى الصورة السادسة تقاطع وترا اج بد على نقطة ه وليس
واحد منهما على المركز لكنهما يتقاطعان على زوايا قائمة على نقطة
ه فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اه هج مساو للقائم
الزوايا الذى يحيط به خطا به هد برهانه انا نستخرج مركز
الدائرة وليكن نقطة ز ونخرج منها الى خطى اج بد عمودى زح
زط فظاهرٌ انهما يقسمان خطى اج بد كل واحد منهما بنصفين
فخط بد قد انقسم بنصفين على نقطة ح وبقسمين مختلفين على
نقطة ه فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن

[1]) In codice 50 r., nam ordo duorum foliorum 49 et 50 mutatus est.

relinquitur rectangulum duabus lineis GE, EA comprehensum rectangulo duabus lineis BE, ED comprehenso aequale. Q. n. e. d.

Rursus in figura sexta duae chordae AG, BD in puncto E inter se secant et neutra earum per centrum ducta est, sed ad rectos angulos in puncto E inter se secant. Dico, rectangulum duabus lineis AE, EG comprehensum aequale esse rectangulo duabus lineis BE, ED comprehenso.

Demonstratio. Centrum circuli sumimus, quod sit punctum Z, et ab eo ad duas lineas AG, BD duas perpendiculares ducimus ZH, $Z\Theta$; manifestum igitur est, eas duas lineas AG, BD in binas partes secare. Itaque linea BD in puncto H in duas partes aequales, in puncto E in duas partes inaequales diuisa est; rectangulum igitur duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae HE quadrato lineae HD aequale est. [Quadrato] lineae ZH communi sumpto rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum HE, HZ aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ZH, HE aequalis est quadrato lineae ZE; itaque rectangulum duabus lineis BE, ED comprehensum cum quadrato lineae ZE summae duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD aequale est. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ZH, HD aequalis est quadrato lineae ZG, quae lineae ZD aequalis est; nam angulus ZHD rectus est. Et simili ratione demonstratur, rectangulum duabus lineis AE, EG comprehensum cum quadrato lineae ZE aequale esse quadrato lineae ZG; itaque rectangulum duabus lineis AE, EG comprehensum cum quadrato lineae EZ aequale erit rectangulo duabus lineis BE, ED comprehenso cum quadrato lineae EZ. Quadrato lineae EZ subtracto relinquitur rectangulum duabus li-



مِن خط حه مساو للمربع الكائن مِن خط حد فاذا اخذنا خط
زح مشتركا كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع
المربعين الكائنين مِن خطى حه حز مساويا لمجموع المربعين
الكائنين مِن خطى زح حد لكن مجموع المربعين الكائنين مِن
خطى زح حه مساو للمربع الكائن مِن خط زه فالقائم الزوايا
الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن مِن خط زه مساو
لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى زح حد لكن مجموع المربعين
الكائنين مِن خطى زح حد مساو للمربع الكائن مِن خط زج
المساوى لخط زد لانّ زاوية زحد قائمة وبمثل هذا البرهان يتبيّن
ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا اه هج مع المربع الكائن مِن
خط زه مساو للمربع الكائن مِن خط زج فيكون القائم الزوايا الذى
يحيط به خطا اه هج مع المربع الكائن مِن خط هز مساويًا للقائم
الزوايا الذى يحيط به خطا به هد مع المربع الكائن مِن خط هز
فاذا اسقطنا المربع الكائن مِن خط هز بقى القائم الزوايا الذى
يحيط به خطا به هد مساويا للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا
اه هج وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل الخامس والثلثون مِن المقالة الثالثة

كل علامةٍ مفروضةٍ خارج دائرة يخرج منها خطان مستقيمان
احدهما يقطع الدائرةَ والاخر يماسُّها فان السطحِ القائم الزوايا
الذى يحيط به الخط القاطِعُ للدائرة وقسمهُ الذى يقع خارج الدائرةِ
مساو للمربع الكائن مِن الخط المُماسّ للدائرة وهذا ينقسم الى 49 u.

neis *BE*, *ED* comprehensum aequale rectangulo duabus lineis *AE*, *EG* comprehenso. Q. n. e. d.

Propositio XXXV libri tertii.

Si a puncto extra circulum dato duae lineae rectae ducuntur, quarum altera circulum secat, altera eum contingit, rectangulum comprehensum linea circulum secanti et ea parte eius, quae extra circulum cadit, quadrato lineae circulum contingentis aequale erit. Et haec [propositio] in tres casus diuiditur, cum recta secans aut per centrum ducitur aut per semicirculum inter centrum rectamque circulum contingentem positum aut per alterum semicirculum.

Exemplificatio. Supponimus, circulum *AB* primo modo positum esse, et extra eum datum esse punctum *D*, a quo ad circulum duae lineae ductae sint, quarum altera eum secet et per centrum eius ducta ad ambitum perueniat, scilicet linea *DGB*, altera eum in puncto *A* contingat, scilicet linea *DA*. Dico igitur, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum quadrato lineae *AD* aequale esse.

Demonstratio. Supponimus, centrum circuli esse punctum *E*. [Linea] *EA* ducta ex III, 17 manifestum est, angulum *DAE* rectum esse; nam datum est, lineam *AD* circulum in puncto *A* contingere, et a puncto *A* ad centrum circuli linea *AE* ducta est; quare ea ad lineam *AD* perpendicularis est ex I, 46. Itaque summa duorum quadratorum duarum linearum *AD*, *AE* quadrato lineae *DE* aequalis est. Et quoniam linea *BG* in puncto *E* in duas partes aequales diuisa est, et linea *GD* ei adiecta est, ex [II, 6] rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *GE* quadrato lineae *ED* aequale erit. Sed iam demonstrauimus, quadratum lineae *DE* summae duorum quadratorum duarum linearum *DA*, *AE* aequale esse; itaque rectangu-

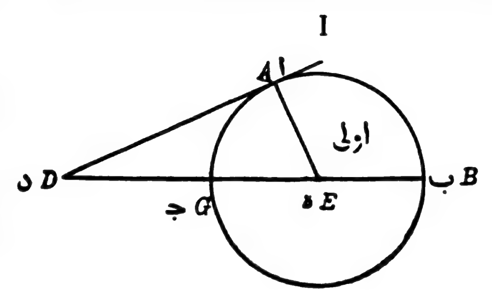
ثلثة اوضاعٍ امّا ان يكون وضع الخط القاطِع على مركز الدائرة وامّا ان يكون فى النصف الذى بين المركز وبين الخط المماسّ للدائرة وامّا ان يكون فى النصف الاخر مثاله انا نُنزِل دائرة اب على الوضع الاوّل ونُنزل ان خارجًا مِنها علامة د وقد خرج منها الى الدائرة خطان احدُهما يقطعها ويجوز على[1] مركزها وينتهى الى محيطها وهو خط دجب والاخر يماسُّها على نقطة ا وهو خط دا فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساو للمربع الكائن مِن خط اد برهانه انا نُنزل ان مركز الدائرة علامة ه ونخرج ها فظاهر بحسب برهان يز من ج ان زاوية داه قائمة وذلك لان خط اد فُرض مُماسًّا للدائرة على نقطة ا وقد خرج مِن نقطة ا الى مركز الدائرة خط اه فهو اذن عمود على خط اد بحسب برهان مو مِن ا فان مجموعَ المربعين الكائنين مِن خطى اد اه مساو للمربع الكائن مِن خط ده ومِن اجل ان خط بج قد قُسم بنصفين على نقطة ه وزيد فى طوله خط جد فانه بحسب برهان [و] مِن [ب] يكون القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط جه مساويًا للمربع الكائن مِن خط هد وقد كُنّا بيّنا ان المربع الكائن مِن خط ده مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى دا اه فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط جه مساوٍ لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اه اد لكن المربع الكائن من خط اه مساو[2] للمربع الكائن مِن خط هج فاذا

---

[1]) In margine additum.

[2]) Librarius scripsit, deinde deleuit: لمجموع

lum duabus lineis BD, DG comprehensum cum quadrato lineae GE summae duorum quadratorum duarum linearum AE, AD aequale est. Sed quadratum lineae AE quadrato lineae EG aequale est; itaque his duobus utrimque subtractis rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum quadrato lineae AD aequale relinquitur. Q. n. e. d.



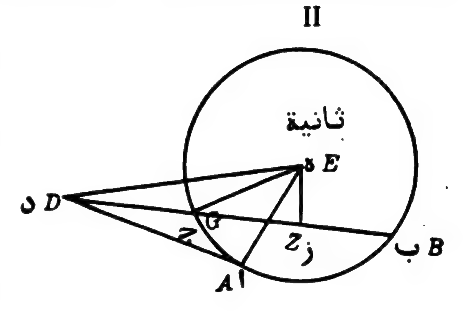
Rursus supponimus, circulum AB secundo modo positum esse, et extra eum datum esse punctum D, a quo ducta sit linea DGB, quae circulum secet et ad concauam partem eius perueniat, et linea AD eum in puncto A contingat. Dico igitur, rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum quadrato lineae AD aequale esse.

Demonstratio. Ex III, 1 centro circuli sumpto et lineis DE, EA, EG ductis ex I, 12 a puncto E ad lineam GB perpendicularem EZ ducimus; itaque ex III, 3 manifestum est, lineam EZ lineam BG in duas partes aequales diuidere. Linea igitur BG in puncto Z in duas partes aequales diuisa est, et ei adiecta est linea GD; quare ex II, 6 manifestum est, rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum cum quadrato lineae GZ quadrato lineae ZD aequale esse. Quadrato igitur lineae ZE communi sumpto rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum cum duobus quadratis duarum linearum GZ, ZE duobus quadratis duarum linearum ZE, ZD aequale erit. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ZE, ZG quadrato lineae EG aequalis est; itaque rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum cum quadrato lineae EG summae duorum quadratorum duarum linearum ZE, ZD aequale erit. Sed summa duorum quadratorum duarum linearum ZE, ZD quadrato lineae ED aequale est, quod ex I, 46 manifestum est, quoniam angulus EZD rectus est;

اسقطنا هما من الجهتين[1] بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد
دج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اد وذلك ما اردنا ان نبيّن .·.
وايضًا فانا نُنزِل دائرة اب على الوضع الثانى وان علامة د مفروضة
خارجَها وقد خرج منها خط دجب يقطع الدائرة وينتهى الى
اخمَصِها وخط اد يماسّها على نقطة ا فاقول ان القائم الزوايا الذى
يحيط به خطا بد دج مساو للمربع الكائن مِن خط اد برهانه
انا نستخرج مركز[2] الدائرةِ كما بيّن ببرهان ا مِن ج ونخرج
خطوط ده ها هج ونخرج مِن نقطة ه الى خط جب عمودَ هز كما بيّن
اخراجُه ببرهان يب مِن ا فظاهرٌ بما بُيّن ببرهان ج مِن ج ان
خط هز يقسم خط بج بنصفين فخط بج قد انقسم على نقطة ز
بنصفين وقد زيدَ فى طُوله خط جد فبيّن ببرهان و مِن ب ان
القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن
خط جز مساو للمربع الكائن مِن خط زد فاذا اخذنا المربع الكائن
مِن خط زه مشتركًا كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج
مع المربعين الكائنين مِن خطى جز زه مساويًا للمربعين الكائنين
مِن خطى زه زد لكن مجموع المربعين الكائنين مِن خطى زه زج
مساوٍ للمربع الكائن مِن خط هج فالقائم الزوايا الذى يحيط به
خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج مساو لمجموع المربعين
الكائنين مِن خطى زه زد لكن مجموع المربعين الكائنين مِن
خطى زه زد مساو للمربع الكائن مِن خط هد وذلك بيّن ببرهان

[1]) Uerba quae sunt من الجهتين in margine addita.
[2]) In margine additum.

itaque rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* quadrato lineae *ED* aequale est. Et quoniam linea *AD* circulum *AB* in puncto *A* contingit, et a puncto *A* ad centrum ad angulos rectos ducta est linea *AE*, ex III, 17 angulus *DAE* rectus est; itaque ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum *DA*, *AE* quadrato lineae *ED* aequalis erit. Sed iam demonstrauimus, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale esse quadrato lineae *DE*; itaque rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum *EA*, *AD*. Quoniam uero linea *EA* lineae *EG* aequalis est, duo quadrata harum duarum inter se aequalia sunt. Quibus duobus utrimque subtractis relinquitur rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum quadrato lineae *AD* aequale. Q. n. e. d.



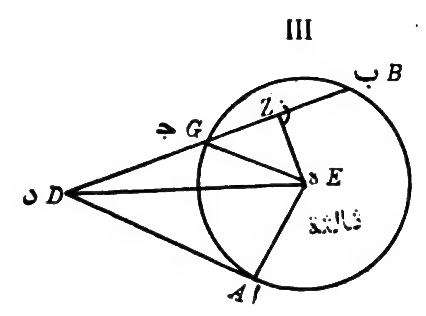
Rursus supponimus, circulum *AB* tertio modo positum esse, et extra eum datum esse punctum *D*, a quo ad circulum duae lineae *DGB*, *DA* ducantur, quarum linea *DBG* eum secet et ad concauam partem producta ad punctum *B* perueniat, linea *DA* autem eum in puncto *A* contingat. Dico, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum quadrato lineae *AD* aequale esse.

Demonstratio. Centro sumpto, quod sit punctum *E*, et lineis *DE*, *EG*, *EA* ductis a puncto *E* lineam *EZ* ita ducimus, ut lineam *BG* ad rectos angulos secet; ex III, 3 igitur manifestum est, eam illam in duas partes aequales secare. Itaque *BG* in puncto *Z* in duas partes aequales diuisa, et in ea producta adiecta est linea *GD*; ex III, 6 igitur rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *GZ* quadrato li-

مو مِن ا لان زاوية ەزد قائمة فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا [1] 50 r.
بد دج مع المربع الكائن مِن خط ەج اذن مساو للمربع الكائن
مِن خط ەد ومِن اجل ان خط اد يماسّ دائرة اب على نقطة ا وقد
خرج مِن نقطة ا الى المركز خط اە على زوايا قائمة فبحسب برهان
يز مِن ج فان زاوية داە قائمة وبحسب برهان مو مِن ا يكون مجموع
المربعين الكائنين مِن خطى دا اە مساو للمربع الكائن مِن خط
ەد وقد كنّا بيّنا ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع
المربع الكائن مِن خط ەج مساو للمربع الكائن مِن خط دە فالقائم
الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط ەج
اذن مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى ەا اد ومِن اجل
ان خط ەا مساو لخط ەج فان مربعيهما متساويان فاذا اسقطناهما
مِن الجهتين بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساويا
للمربع الكائن مِن خط اد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴ وايضا فانا
نُنزل ان دائرة اب على الوضع الثالث ونقطة د خارجة عنها وقد
خرج منها الى الدائرة خط[ا] دجب دا امّا خط دجب فانه يقطعها
وينتهى الى اخمصها الى نقطة ب وامّا خط دا فيماسُّها على نقطة ا
فاقول ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساو للمربع
الكائن مِن خط اد برهانه انا نستخرج المركز وليكن نقطة ە
ونخرج خطوط دە ەج ەا ونخرج مِن نقطة ە خط ەز ونقسم خط بج
على زوايا قائمة فبيّن بحسب برهان ج مِن ج انه نقسمه بنصفين
فخط بج قد انقسم بنصفين على نقطة ز وقد زيد فى طوله خط

[1] In codice f. 49.

neae ZD aequale erit. Linea ZE communi sumpta rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum cum summa duorum quadratorum duarum linearum GZ, ZE summae duorum quadratorum duarum linearum ZE, ZD aequale est. Sed ex I, 46 summa duorum quadratorum duarum linearum ZE, ZD quadrato lineae ED aequalis est, quia angulus EZD rectus est [et summa quadratorum linearum GZ, ZE quadrato GE aequalis est]; itaque rectangulum duabus lineis BD, DG comprehensum cum quadrato lineae EG quadrato lineae ED aequale erit. Uerum etiam summa duorum quadratorum duarum linearum EA, AD quadrato lineae ED aequalis est; et quae eidem rei aequalia sunt, inter se aequalia sunt; itaque summa duorum quadratorum duarum linearum EA, AD aequalis est rectangulo duabus lineis BD, DG comprehenso cum quadrato lineae EG. Et quoniam linea EG lineae EA aequalis est, duo quadrata harum duarum inter se aequalia sunt.



Quibus duobus utrimque subtractis relinquitur rectangulum duabus rectis BD, DG comprehensum quadrato lineae AD aequale. Q. n. e. d.

Propositio XXXVI libri tertii.

Si a puncto extra circulum dato ad circulum duae lineae rectae ducuntur, quarum altera circulum secans ad concauam partem eius peruenit, altera ad partem conuexam modo adcidit, et spatium linea secanti et parte eius extra circulum posita comprehensum quadrato lineae ad partem conuexam circuli adcidentis aequale est, linea ad circulum adcidens circulum continget.

Ad primam figuram trium antecedentium rediens sic dico: Quoniam punctum D extra circulum AD [scr. AB] positum est,

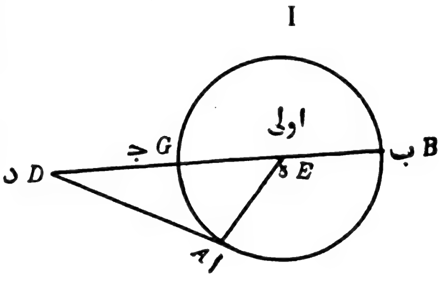
جد فبحسب برهان و مِن ب فان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط جز مساو للمربع الكائن مِن خط زد فاذا اخذنا خط زه مشتركًا كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع مجموع المربعين الكائنين مِن خطى جز زه مساويًا لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى زه زد لكن بحسب برهان مو مِن ا يكون مجموع المربعين الكائنين مِن خطى زه زد مساويًا للمربع الكائن مِن خط هد لان زاوية هزد قائمة فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج مساو للمربع الكائن مِن خط هد ومجموع المربعين الكائنين مِن خطى ها اد ايضًا مساو للمربع الكائن مِن خط هد والمساوية لشى واحد فهى متساوية فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى ها اد مساو للقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج ومِن اجل ان خط هج مساو لخط ها فانّ مربعيهما متساويان فاذا اسقطنا هما مِن الجهتين بقى القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اد وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

الشكل السادس والثلثون مِن المقالة الثالثة

كلُ علامةٍ مفروضةٍ خارج دائرةٍ يخرج منها الى الدائرة خطان مستقيمان احدهما يقطع الدائرة وينتهى الى اخمَصها والاخر يلقى تقبيبَها فقط وكان السطح الذى يُحيط به الخط القاطعُ وقسمه الخارجُ مِن الدائرة مساويًا للمربع الكائن مِن الخط المُلاقى

et ab eo duae lineae ductae sunt, quarum altera ut linea *DGB* posita circulum secat, altera ut linea *AD* posita ad conuexam partem eius ad punctum *A* adcidit, et rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum aequale est quadrato lineae *AD*, linea *AD* circulum *AB* in puncto *A* contingit.

Demonstratio. Lineam *AE* ducimus. Quoniam linea *BG* in puncto *E* in duas partes aequales diuisa est, et in ea producta adiecta est linea *GD*, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale erit quadrato lineae *ED*. Sed quadratum lineae *EG* aequale est quadrato lineae *EA*, et rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum aequale est quadrato lineae *DA*; itaque rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum *EA*, *AD*. Sed iam demonstrauimus, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale esse quadrato lineae *ED*; itaque quadratum lineae *ED* aequale est summae duorum quadratorum duarum linearum *AE*, *AD*. Uerum in triangulo si summa duorum quadratorum duarum linearum angulum aliquem eius comprehendentium aequalis est quadrato lineae huic angulo oppositae, hic angulus rectus est; quod ex I, 47 manifestum est; itaque angulus *EAD* rectus. Uerum omnes lineae, quae a termino diametri circuli ad angulos rectos ducuntur, circulum contingunt; quod ex III, 15 manifestum est. Ergo linea *AD* circulum *AB* in puncto *A* contingit. Q. n. e. d.



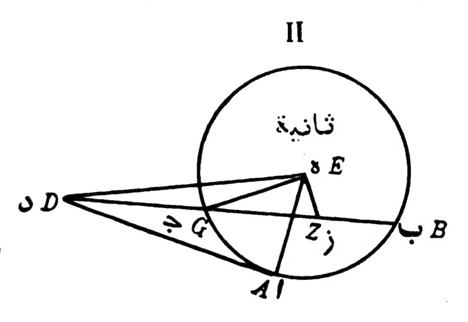
Iam uero ad eam formam reuertamur, quae in secunda figura descripta est.

Dico igitur: Si rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum aequale est quadrato lineae *AD*, angulus *DAE* rectus est.

لتقبيب الدائرة فان الخط المُلاقى للدائرة مماسٌ للدائرة ونُعيد الصورة الاولى مِن الصُوَر الثلث المتقدّمة فاقول اذا كانت نقطة د خارجة مِن دائرة اد وخرج منها خطان احدهما كخط دجب وهو يقطع الدائرة والاخر كخط اد ينتهى الى تقبيبها الى نقطة ا وكان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اد فان خط اد يُماسّ دائرة اب على نقطة ا برهانه انا نصِل خط اه فمِن اجل ان خط بج قد انقسم بنصفين على نقطة ة وزيدَ فى طوله خط جد فان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط ەج مساو للمربع الكائن مِن خط ەد لكن مربع خط ەج مساو لمربع خط ەا والقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساو للمربع الكائن من خط دا فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط ەج مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى ەا اد وقد كنّا بيّنا ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط ەج مساو للمربع الكائن مِن خط ەد فالمربع الكائن مِن خط ەد اذن مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اه اد وكل مثلث يكون مجموع المربعين الكائنين مِن الخطين اللذين يحيطان باحد زواياه مساويًا لمربع الخط الذى يوتر تلك الزاوية فان تلك الزاوية قائمةٌ وذلك بيّنٌ ببرهان مز مِن ا فزاوية ەاد اذن قائمة وكل خط يخرج مِن طرف قُطر دائرة على زوايا قائمة فان ذلك الخط مُماسٌ للدائرة وذلك بيّن ببرهن يه مِن ج فخط اد اذن يُماس دائرة اب على نقطة ا وذلك ما اردنا ان نبيّن فلنُعدْ رسمَ

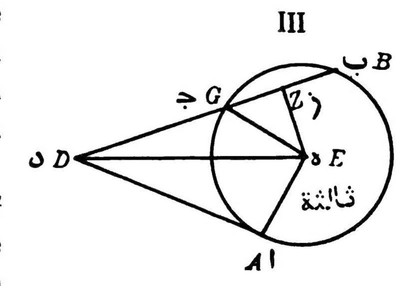
50 u.

Demonstratio. Quoniam iam in descriptione figurae secundae demonstratum est, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale esse quadrato lineae *ED*, et etiam manifestum est, quadratum lineae *EG* quadrato lineae *EA* aequale esse, et rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum aequale est quadrato lineae *AD*, summa duorum quadratorum duarum linearum *AD*, *AE* aequalis est quadrato lineae *ED*. Quare ex eo, quod in propositione praecedenti demonstrauimus, manifestum est, angulum *EAD* rectum esse. Ergo linea *AD* circulum *AB* continget. Q. n. e. d.



Rursus ad descriptionem tertiae figurae rediens dico: Si rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum aequale est quadrato lineae *AD*, angulus *DAE* rectus erit.

Demonstratio. Quoniam in descriptione figurae tertiae demonstratum est, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale esse quadrato lineae *ED*, et quadratum [lineae] *EG* quadrato lineae *EA* aequale est, quia inter se aequales sunt, et supposuimus, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum aequale esse quadrato lineae *AD*, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale erit summae duorum quadratorum duarum linearum *EA*, *AD*. Sed iam demonstrauimus, rectangulum duabus lineis *BD*, *DG* comprehensum cum quadrato lineae *EG* aequale esse quadrato lineae *ED*; itaque summa duorum



الصورةِ الثانية كهيئتِها فاقول اذا كان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اد فان زاوية داه قائمةٌ برهانه مِن اجل ان فى رسم الصورة الثانية قد تبينَ ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج مساو للمربع الكائن مِن خط هد وظاهرٌ ايضا ان المربع الكائن مِن خط هج مساو للمربع الكائن مِن خط ها والقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساو للمربع الكائن مِن خط اد فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى اد اه مساو للمربع الكائن مِن خط هد فبيّن بحسب ما بيّنا فى الشكل المتقدّم ان زاوية هاد قائمة فخط اد مُمساسٌ لدائرة اب وذلك ما اردنا ان نبّين ∴ ونُعيد ايضًا رسمَ الصورة الثالثة فاقول اذا كان القائم الزوايا الذى يُحيط به خطا بد دج مساويًا للمربع الكائن مِن خط اد فان زاوية داه قائمةٌ برهانه مِن اجل انّ فى رسم الصورة الثالثة قد تبيّن ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج مساو للمربع الكائن مِن خط هد ومربع هج مساو لمربع خط ها لانّهما متساويان وفرضنا على ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مساو للمربع الكائن مِن خط اد فالقائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج مساو لمجموع المربعين الكائنين مِن خطى ها اد لكنا قد بيّنا ان القائم الزوايا الذى يحيط به خطا بد دج مع المربع الكائن مِن خط هج مساو للمربع الكائن مِن خط هد فمجموع المربعين الكائنين مِن خطى ها اد مساو للمربع الكائن مِن خط هد فبحسب برهان مز مِن ا تكون

quadratorum duarum linearum *EA*, *AD* quadrato lineae *ED* aequale est. Quare ex I, 47 angulus *EAD* rectus est.

Ergo ex III, 5 [scr. 15] linea *AD* circulum *AB* in puncto *A* contingit. Q. n. e. d.

Finis libri tertii libri Euclidis.

Laus Deo, et Muhammedi familiaeque eius Deus benedicat eosque salutet!

زاوية داد قائمة وبحسب برهان ه مِن ج فان خط اد مماس لدائرة اب على نقطة ا وذلك ما اردنا ان نبيّن ∴

تمت المقالة الثالثة مِن كتاب اوقليدس والحمد لله وصلى الله على محمد واله وسلّم ∴

